

**Jerzy Marzec**

**(Katedra Ekonometrii Akademii Ekonomicznej w Krakowie)**

## **Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej<sup>1</sup>**

### **1. Podstawy pomiaru efektywności kosztowej.**

Mikroekonomiczny model przedsiębiorstwa opiera się na założeniu, że firma działając przy pewnych ograniczeniach nałożonych przez jej konkurentów, rynek konsumentów oraz przyrodę i dostępne technologie realizuje swój cel - maksymalizację zysku. Dążąc do realizacji tego przesłania zarząd przedsiębiorstwa, mając świadomość istnienia tych ograniczeń ze strony przyrody i technologii (dotyczących sposobów wytwarzania produkcji z nakładów dostępnych czynników produkcji), decyduje m.in. o rozmiarze (skali) produkcji i jej strukturze. W teorii mikroekonomii te ograniczenia opisuje się poprzez mikroekonomiczną funkcję produkcji,  $f(x_1, \dots, x_H)$ , zwaną często graniczną funkcją produkcji (ang. *frontier production function*), wyrażającą maksymalną produkcję  $Q$  możliwą do uzyskania z danych wielkości nakładów czynników  $x_1, \dots, x_H$ . Dla uproszczenia dalsze rozważania dotyczą przypadku, że firma wytwarza jeden produkt bądź istnieje możliwość wyrażenia produkcji w postaci agregatu mierzonego w jednostkach pieniężnych. Natomiast problem wyboru przez firmę wielkości nakładów czynników ekonomicznie niezbędnych do uzyskania produkcji  $Q$  (czyli wyboru metod wytwarzania) gwarantujących minimalny koszt oraz wielkości produkcji maksymalizującej zysk po najniższym koszcie (wyboru planów produkcji) ujęte są za pomocą modelu minimalizacji kosztu i maksymalizacji zysku.

Mikroekonomiczna (tzw. graniczna) funkcja kosztów, otrzymana jako rozwiązanie problemu minimalizacji kosztów, ma szerokie zastosowanie w analizie empirycznej kosztów firmy. Jednym z obszarów jej wykorzystania jest analiza efektywności kosztowej firmy, a w szczególności instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych). Analiza efektywności

---

<sup>1</sup> Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr 1-H02B-015-11, finansowanego przez Komitet Badań Naukowych. Autor pragnie wyrazić wdzięczność Profesorowi Jackowi Osiewalskiemu za uwagi i dyskusje.

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

kosztowej umożliwia zbadanie, czy przy danych cenach czynników produkcji (ewentualnie także nakładach czynników stałych) firma ponosi minimalny koszt całkowity wytworzenia określonego poziomu produkcji. Jeżeli przedsiębiorstwo ponosi koszt większy niż wynika on z mikroekonomicznej (granicznej) funkcji kosztu, to spowodowane jest to nieefektywnością kosztową - alokacyjną lub techniczną (zob. Marzec i Osiewalski [1997]). Nieefektywność techniczna ma miejsce, gdy występują odchylenia *in minus* obserwowanego poziomu produkcji od mikroekonomicznej funkcji produkcji. Nieefektywność alokacyjna polega na tym, że struktura nakładów czynników produkcji nie odpowiada relacji ich cen rynkowych.

Empiryczne badania efektywności prowadzi się w oparciu o modele ekonometryczne, bądź o modele deterministyczne wykorzystujące techniki programowania matematycznego<sup>2</sup> (zob. Berg, Forsund, Hjalmarsson i Souminen [1993], Ferrier i Lovell [1990], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Hassan, Grabowski, Pasurka i Ragan [1990], Rangan, Grabowski, Aly i Pasurka [1988], Sherman i Gold [1985]). Bez względu na postać modelu wymaga się, aby wykorzystywane dane statystyczne dotyczyły firm należących do jednej branży, a więc dysponujących lub mających swobodny dostęp do tej samej technologii przy założeniu, że firmy mogą nabywać czynniki produkcji po egzogenicznie danych cenach.

Według metodologii ekonometrycznej, problem efektywności (technicznej lub kosztowej) formułuje się zwykle za pomocą modelu jednorównaniowego składającego się z odpowiednio wyspecyfikowanej mikroekonomicznej funkcji produkcji lub kosztów (dla logarytmów tych zmiennych) oraz dwóch składników losowych, z których jeden (symetryczny względem zera) odzwierciedla efekt czynników przypadkowych i błędów pomiaru, zaś drugi (asymetryczny i stałego znaku) modeluje potencjalną nieefektywność. W literaturze określa się je jako tzw. stochastyczne modele graniczne (ang. *stochastic frontier models*) i zostały one zaproponowane przez Aignera, Lovella i Schmidta [1977] oraz Meeusena i van den Broecka [1977]. Dalszego rozwoju tej metodologii, prezentowanej głównie na łamach *Journal of Econometrics*, dokonali m. in. Stevenson [1980], Pitt i Lee [1981], Jondrow, Lovell, Materov i Schmidt [1982], Schmidt i Sickles [1984], Beckers i Hammond [1987], Greene [1980], van den Broeck, Koop, Osiewalski i Steel [1994] oraz Koop, Osiewalski i Steel [1994], [1997]. Wykorzystanie tych modeli w zagadnieniach badania efektywności kosztowej banków prezentowane jest w czołowej specjalistycznej literaturze, głównie na łamach *Journal of Banking and Finance*, *Journal of Money, Credit and Banking* oraz *Journal of Productivity*

---

<sup>2</sup> podstawową metodą jest tzw. DEA (*Data Envelopment Analysis*).

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

*Analysis* (zob. Bauer, Hancock [1993], Cebenoyan, Cooperman, Register i Hudgins [1993], Ferrier i Lovell [1990], Kaparakis, Miller i Noulas [1994] oraz Mester [1993]).

Najprostszy jednorównaniowy model stochastycznej granicznej długookresowej funkcji kosztów firmy może być w przypadku danych przekrojowych sformułowany następująco (dla logarytmu kosztu):

$$\ln TC_i = \ln c(W_i, Q_i; \beta) + u_i + v_i, \quad (1)$$

gdzie:

$i=1, \dots, N$  - numer firmy,

$TC_i$  (Total Cost) - obserwowany koszt całkowity  $i$ -tej firmy,

$Q_i$  - wektor  $G \times 1$  produktów  $i$ -tej firmy,

$W_i$  - wektor  $H \times 1$  cen czynników produkcji dla firmy  $i$ ,

$\beta$  - wektor parametrów,

$c(W_i, Q_i; \beta)$  - graniczna funkcja kosztów.

Zakłada się, że  $u_i$  i  $v_i$  są niezależnymi zmiennymi losowymi, przy czym:

- $u_i$  są to składniki wyrażające nieefektywność badanych firm, o rozkładach niezależnych i o wartościach wyłącznie nieujemnych ( $u_i \geq 0$ ),
- $v_i$  są to symetryczne składniki losowe wyrażające wpływ czynników przypadkowych bądź błędów w pomiarze kosztów; zakłada się, że posiadają niezależne, identyczne rozkłady o zerowej wartości oczekiwanej, np.  $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ .

Z punktu widzenia mikroekonomicznej teorii opisu działalności instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych) konieczne jest określenie czynników produkcji i produktów oraz pomiar tych wielkości i kosztu całkowitego. Punktem wyjścia dla sformułowania modelu produkcji i kosztów instytucji finansowych jest więc ustalenie produktów i czynników produkcji. Podstawy obecnie stosowanej mikroekonomicznej klasyfikacji czynników i produktów instytucji finansowych i banków stworzyli Sealey i Lindley [1977]. Mimo, że dokonana przez nich gruntowna analiza dwóch aspektów procesu produkcyjnego instytucji finansowych (w tym banków): technicznego i ekonomicznego, zaowocowała sklasyfikowaniem produktów i czynników produkcji, to wciąż trwa dyskusja na ten temat.

## **2. Czynniki produkcji i produkty banków wg Sealeya i Lindleya.**

Sealey i Lindley [1977] dokonali analizy obydwu aspektów procesu produkcyjnego:

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

technicznego i ekonomicznego dla instytucji finansowych, w tym banków komercyjnych.

Proces produkcyjny w sensie technicznym to proces transformacji kierowany przez człowieka; transformacja ta powoduje, że pewne dobra i/lub usługi wchodzi do procesu, w którym tracą swoją tożsamość, tzn. kończą istnienie w oryginalnej formie, podczas gdy tworzone są inne dobra lub usługi (Frisch [1965]). W przypadku instytucji finansowych proces transformacji wg Sealeya i Lindleya polega na pozyskaniu pieniędzy od podmiotów mających nadwyżkę finansową a następnie pożyczaniu tych środków tym podmiotom gospodarczym, które mają ich deficyt (niedobór). Dla instytucji finansowych produktem w sensie technicznym jest wachlarz usług finansowych świadczonych zarówno depozytariuszom jak i kredytobiorcom. Usługi te mogą być kategoryzowane jako:

- administrowanie płatnościami klientów (w przypadku banków komercyjnych, tzn. instytucji finansowych specjalizujących się w pozyskiwaniu depozytów płatnych depozytariuszom na żądanie i udzielaniu kredytów komercyjnych),
- usługi pośrednictwa (*intermediation*) świadczone depozytariuszom i kredytobiorcom (np. przyjmowanie lokat, udzielanie kredytów, gwarancji i poręczeń),
- inne usługi w postaci doradztwa finansowego i zarządzania finansami klientów instytucji finansowych.

Wg Frischa proces produkcji miał także drugi obok technicznego wymiar - ekonomiczny. Autor ten zatem proponuje, abyśmy „przez proces produkcji w sensie ekonomicznym rozumieli próbę stworzenia produktu, który posiada wyższą wartość niż oryginalne czynniki produkcji” (Frisch [1965]).

Sealey i Lindley słusznie uważają więc, że za produkty instytucji finansowych rozumiane w sensie ekonomicznym uważać tylko te „produkty techniczne”, które mają wyższą wartość niż poniesione nakłady czynników produkcji (gdzie wartość ta wyrażona jest w cenach rynkowych). Spośród usług będących produktami w sensie technicznym, produktami ekonomicznymi są tylko te, które posiadają wyższą wartość (mierzoną przez rynek) niż zużyte czynniki produkcji. Natomiast usługi świadczone depozytariuszom przez instytucje finansowe można skojarzyć z nabywaniem ekonomicznych czynników produkcji, bo ponoszone koszty tych usług nie rodzą żadnych bezpośrednich przychodów. Można traktować te usługi (w postaci np. udostępniania skrytek bankowych, obrotu czekowego i kart płatniczych) jako częściową zapłatę za używanie środków depozytariuszy. Instytucje finansowe pobierają opłaty za te usługi (np. za wydanie karty płatniczej lub prowadzenie

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

rachunku oszczędnościowo-rozliczeniowego), jednak zwykle nie pokrywają one rzeczywiście poniesionych kosztów związanych z tymi czynnościami.

W wyniku przeprowadzonej przez Sealeya i Lindleya analizy procesu produkcyjnego instytucji finansowych widać wyraźnie, że z punktu widzenia tych firm jest on procesem wieloetapowym, wymagającym półproduktów (*intermediate outputs*), w którym środki pożyczone od depozytariuszy (a przeznaczone na kredyty) i usługi świadczone przez instytucje finansowe przy użyciu kapitału, pracy i materiałowych czynników produkcji, są użyte do wytworzenia aktywów generujących przychód (ang. *earning assets*). Proces ten jest analogiczny jak w przedsiębiorstwie produkcyjnym, w którym jeden wydział wytwarza półprodukty, które są bezpośrednio użyte jako czynnik produkcji w innym wydziale. Ostatecznie półprodukty powalają na uzyskanie finalnego produktu ekonomicznego - aktywów generujących przychód.

W przypadku instytucji finansowych mikroekonomicznymi produktami są wg Sealeya i Lindleya zatem różne kategorie aktywów generujących przychód (*earning assets*). Pomiaru produkcji dokonuje się poprzez wyrażenie różnych typów tych aktywów w jednostkach pieniężnych. Czynnikiem produkcji są: praca, kapitał i pozyskane przez bank środki pieniężne, których zaangażowanie mierzy się odpowiednio liczbą zatrudnionych, wartością składników majątku trwałego i wartością depozytów. Ceną czynnika jest iloraz poniesionego kosztu, związanego z jego użyciem i wielkości zaangażowania czynnika. Szczegółową dyskusję podejść do klasyfikacji czynników produkcji i produktów bankowych spotykanych w literaturze przedmiotu prezentuje Marzec [1998].

### **3. Przykład empiryczny.**

Podejście Sealeya i Lindleya do specyfikacji produktów bankowych, czynników produkcji i funkcji kosztów zostanie wykorzystane w celu budowy prostej granicznej funkcji kosztów i zaprezentowania idei pomiaru efektywności kosztowej na przykładzie oddziałów jednego z polskich banków. Z uwagi na przyjęte założenie, że jeden z czynników produkcji jest czynnikiem stałym, rozważamy krótkookresową funkcję kosztu zmiennego, przyjmując jej najprostszą postać - Cobba-Douglasa. Założenie, że badane obiekty należą do jednorodnej grupy, czyli charakteryzują się tą samą technologią (lub mają do niej dostęp), wydaje się być spełnione w przypadku oddziałów jednego banku. Fakt, że przedmiotem zainteresowania są oddziały jednego banku ma wpływ na rozważane kategorie czynników produkcji i produktów.

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

Zgodnie z dyskusją przeprowadzoną w poprzedniej części artykułu, za czynniki produkcji przyjęto:

- pracowników oddziału (zmienną oznaczono literą L),
- nieruchomości (a także inwestycje w nieruchomości obce) (N),
- inne środki trwałe (m.in sprzęt komputerowy) oraz wartości niematerialne i prawne (m.in. oprogramowanie) (S),
- depozyty (złotowe i walutowe) i inne pozyskane przez bank pieniądze (D),
- środki pieniężne z Centrali i innych oddziałów w przypadku oddziałów kredytowych.

Rozróżnienie dwóch kategorii kapitału fizycznego, N i S, jest spowodowane przyjęciem założenia, że nieruchomości muszą być traktowane w analizie jako czynnik stały (nie podlegający optymalizacji). Natomiast charakter czynnika S powoduje, że można go traktować jako czynnik zmienny, a zatem w funkcji kosztów pojawia się jego cena. W sytuacji, gdy centrala banku na drodze przetargu wybiera dostawców sprzętu dla oddziałów (m.in. komputerów, drukarek, akcesoriów komputerowych oraz oprogramowania) przyjęto, że cena tego czynnika jest jednakowa dla każdego oddziału.

Oddziały różnią się one w zakresie świadczonych usług w zależności od geograficznej lokalizacji, charakteru lokalnego rynku i potrzeb klientów, więc występuje wśród nich specjalizacja. Podstawowy podział wyróżnia oddziały: depozytowe tj. takie, które specjalizują się w pozyskiwaniu (depozytów) od ludności i przedsiębiorstw (mają ich zatem nadwyżkę w stosunku do wartości udzielonych kredytów) oraz oddziały kredytowe, dla których wartość udzielonych kredytów przewyższa wartość depozytów. Oddziały z pierwszej grupy w głównej mierze dostarczają środki pieniężne, które stanowią źródło finansowania kredytów udzielanych przez te drugie oddziały. Cena tych środków jest stała (ustalana przez centrale banku) i służy do korekty wyników z działalności operacyjnej wszystkich oddziałów. Zatem środki te należy traktować z jednej strony jako dodatkowy czynnik produkcji (o stałej cenie) w przypadku oddziałów kredytowych, i jako produkt oddziałów depozytowych.

Zaangażowanie czynników produkcji proponuje się mierzyć odpowiednio poprzez liczbę zatrudnionych w przeliczeniu na pełne etaty, wartość brutto składników rzeczowego majątku trwałego, wartość brutto składników niematerialnych i prawnych oraz wartość depozytów wraz z innymi pozyskanymi środkami pieniężnymi. Produkcję oddziałów bankowych (Q) proponuje się wyrazić przez łączną wartość różnego rodzaju kredytów złotych i walutowych (m.in. kredyty w rachunku bieżącym, obrotowy, ratalny, dyskontowy,

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

inwestycyjny), pożyczek gotówkowych dla ludności, faktoringu, zrealizowanych gwarancji i poręczeń, rachunków nostro i lokat w innych bankach oraz - w przypadku oddziałów depozytowych - nadwyżki między wartością przyjętych lokat a wartością udzielonych kredytów; nadwyżka ta może być traktowana jak dodatkowy typ produktu, odsprzedawanego centrali banku i oddziałom kredytowym.

Całkowite koszty zmienne (C) stanowią sumę kosztów związanych z zaangażowaniem każdego z czynników zmiennych, czyli wynagrodzeń wraz z narzutami, zmiennych kosztów rzeczowych (m.in. zużycie tonera i papieru do drukarek, dyskietek, materiałów biurowych) oraz kosztów zaangażowania kapitału finansowego (odsetek od depozytów i innych pożyczonych środków, a także prowizji płaconych od zaciągniętych przez dany oddział kredytów i pożyczek). W przypadku oddziałów kredytowych w skład kosztów całkowitych wchodzi koszt pozyskania z centrali lub innych oddziałów środków będących różnicą między wartością udzielonych kredytów a wartością przyjętych lokat. Ceną czynnika ludzkiego jest średnie wynagrodzenie ( $w_L$ ), natomiast ceną depozytów ( $w_D$ ) średnie ich oprocentowanie liczone jako iloraz kosztów odsetkowych i wartości depozytów.

Przyjmując założenie, że nieruchomości w analizie krótkookresowej traktowane są jako czynnik stały, a ceny dwóch wyróżnionych czynników zmiennych są jednakowe dla każdego oddziału, stochastyczny model granicznej krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego Cobba-Douglasa przyjmuje postać:

$$\ln C_i = \beta_0 + \beta_1 \ln N_i + \beta_2 \ln Q_i + \beta_3 \ln w_{L,i} + \beta_4 \ln w_{D,i} + u_i + v_i, \quad (2)$$

gdzie  $i=1, \dots, n$  to numer oddziału.

O składnikach  $u_i$  i  $v_i$  przyjmujemy założenia jak we wzorze (1). Warunek jednorodności względem wszystkich cen czynników jest w tym przypadku automatycznie spełniony, a wpływ tych cen, które są jednakowe dla każdego oddziału, jest zawarty w wyrazie wolnym. W celu oszacowania nieznanymi parametrów funkcji kosztu oraz pomiaru nieefektywności na podstawie danych przekrojowych użyto (ze względu na łatwość obliczeń) tzw. Skorygowaną Metodę Najmniejszych Kwadratów (ang. Corrected Ordinary Least Squares; OLS). Zakładając dodatkowo, że składniki reprezentujące nieefektywność ( $u_i$ ) posiadają identyczne rozkłady o wspólnej wartości oczekiwanej  $\mu > 0$  równanie (2) z nowym wyrazem wolnym  $\beta_0 + \mu$  i złożonym składnikiem losowym  $u_i + v_i - \mu$  szacujemy zwykłą MNK. Omówienie tej najprostszej metody można znaleźć u Schmidta i Sicklesa [1984]; podają ją również Marzec i Osiewalski [1997] oraz Osiewalski i Wróbel-Rotter [1998]. Przybliżony

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

miar efektywności odbywa się w oparciu o reszty MNK. Oddział, dla którego reszta  $(\ln C_i - \ln \hat{C}_i)$  jest minimalna przyjmuje się jako w pełni efektywny (jako wzorzec efektywności). Względna efektywność  $i$ -tego oddziału mierzy się jako:

$$\hat{r}_{ef,i} = \exp\left(\min_{j=1,\dots,n} (\ln C_j - \ln \hat{C}_j) - (\ln C_i - \ln \hat{C}_i)\right) \quad (3)$$

W oparciu o dane z I kwartału 1997 roku, a pochodzące z 58 oddziałów jednego banku, oszacowano krótkookresową funkcję kosztów zmiennych, otrzymując następujące oceny parametrów równania (2), błędy średnie szacunku tych ocen, wartości statystyki t-Studenta, wartość współczynnika determinacji  $R^2$  oraz współczynnik efektu skali produkcji (odwrotność elastyczności kosztu względem wielkości produkcji):

zmienna	ocena parametru przy zmiennej	błąd oceny	statystyka t-Studenta
const	-6.366	0.227	-2.859
ln N	0.014	0.014	0.969
ln Q	0.882	0.028	31.339
ln $w_L$	0.416	0.260	1.598
ln ( $w_D \cdot 100$ )	0.607	0.071	8.518
$R^2=0.965$ , Efekt skali = 1.13			

Dopasowanie danych empirycznych do danych teoretycznych dla badanego okresu jest bardzo dobre; współczynnik determinacji wynosi ponad 0.96. Otrzymane oceny parametrów oprócz oceny przy czynniku stałym (N) mają sensowną interpretację. Warunki regularności ekonomicznej funkcji kosztów powodują, że znak parametru  $\beta_1$  przy lnN powinien być ujemny. Oceny parametrów uzyskano stosując MNK i nie nakładając żadnych restrykcji na parametry. Natomiast użycie podejścia bayesowskiego w analizie tego problemu umożliwiłoby pełne uwzględnienie założeń mikroekonomicznych i wstępnych informacji, a także właściwe, probabilistyczne modelowanie efektywności. Podstawy bayesowskiej analizy efektywności kosztowej banków komercyjnych przedstawiają Osiewalski i Marzec [1998]. Parametrem, którego oceny wykazującym największą stabilność jest elastyczność kosztu względem wielkości produkcji ( $\beta_2$ ). Proces produkcyjny w badanych oddziałach charakteryzuje się rosnącym efektem skali, wynoszącym 1.13. Wzrost kosztów zmiennych o 1%, spowodowany wzrostem nakładów czynników zmiennych o 1%, jest związany ze wzrostem produkcji o około 1.13%. Wskazuje to, przy ustalonych cenach, na możliwość zwiększenia zysku poprzez zwiększenie skali działalności oddziałów. Szczególnie dużą (i statystycznie bardzo istotną) rolę odgrywa cena depozytów w kształtowaniu się poziomu kosztu zmiennego. Wzrost tej ceny o 10% (tj. o 2 punkty procentowe przy wyjściowym



Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

oprocentowaniu depozytów 20%) powoduje wzrost kosztów o około 6%. Wskaźniki nieefektywności kosztowej oddziałów obliczone wg wzoru (3) zawarte są w Tabeli 1.

**Tabela** Błąd! Nieznany argument przełącznika. **Porównanie ocen kosztowej efektywności oddziałów.**

oddział	§	Ranking	oddział	§	Ranking
Oddział 1	0.85	5	Oddział 30	0.73	35
Oddział 2	0.75	27	Oddział 31	0.65	47
Oddział 3	0.59	54	Oddział 32	0.81	14
Oddział 4	0.72	39	Oddział 33	0.63	51
Oddział 5	0.64	49	Oddział 34	0.81	12
Oddział 6	0.85	6	Oddział 35	0.81	15
Oddział 7	0.8	18	Oddział 36	0.77	22
Oddział 8	1	1	Oddział 37	0.65	48
Oddział 9	0.75	28	Oddział 38	0.9	3
Oddział 10	0.82	10	Oddział 39	0.7	40
Oddział 11	0.75	29	Oddział 40	0.77	23
Oddział 12	0.69	41	Oddział 41	0.8	19
Oddział 13	0.51	58	Oddział 42	0.58	55
Oddział 14	0.86	4	Oddział 43	0.76	24
Oddział 15	0.73	33	Oddział 44	0.81	16
Oddział 16	0.84	8	Oddział 45	0.84	7
Oddział 17	0.66	45	Oddział 46	0.81	17
Oddział 18	0.73	34	Oddział 47	0.74	32
Oddział 19	0.63	50	Oddział 48	0.76	25
Oddział 20	0.97	2	Oddział 49	0.61	52
Oddział 21	0.69	43	Oddział 50	0.73	36
Oddział 22	0.75	30	Oddział 51	0.57	57
Oddział 23	0.72	38	Oddział 52	0.73	37
Oddział 24	0.74	31	Oddział 53	0.76	26
Oddział 25	0.66	46	Oddział 54	0.68	44
Oddział 26	0.83	9	Oddział 55	0.59	53
Oddział 27	0.82	11	Oddział 56	0.77	21
Oddział 28	0.79	20	Oddział 57	0.57	56
Oddział 29	0.81	13	Oddział 58	0.69	42
<b>Minimalne <math>\hat{r}_i</math></b>	<b>0.51</b>		<b>Średnie <math>\hat{r}_i</math></b>	<b>0.74</b>	

Interpretując otrzymane wyniki można stwierdzić, że np. w pierwszym kwartale 1997 roku średnio 26% kosztu zmiennego poniesionego przez wszystkie oddziały banku było kosztem nadwyżkowym, nieuzasadnionym ani wielkością produkcji ani cenami czynników zmiennych czy wielkością zaangażowania czynnika stałego. Warto jednak zauważyć, że otrzymane oszacowania nieefektywności charakteryzują się znacznym, prawdopodobnie nadmiernym zróżnicowaniem, co wynika z uproszczonej metody estymacji funkcji kosztu i pomiaru samej nieefektywności. O ile ranking oddziałów może być wiarygodny, to poziom efektywności wydaje się być zaniżony.

Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.

Zagadnienie analizy efektywności kosztowej banków na podstawie danych przekrojowych i przekrojowo-czasowych przy użyciu formalnych metod statystycznych (np. podejścia bayesowskiego) stanowi przedmiot odrębnych badań; por. Osiewalski i Marzec [1998]).

## Bibliografia

1. Aigner D., C.A.K. Lovell, P. Schmidt, 1977, „Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models”, *Journal of Econometrics*, 6.
2. Bauer P.W., D. Hancock, 1993, „The efficiency of the Federal Reserve in providing check processing services”, *Journal of Banking and Finance*, 17.
3. Beckers D.E., C.J. Hammond, 1987, „A tractable likelihood function for the normal-gamma stochastic frontier model”, *Economics Letters*, 24.
4. Berg S.A, F.R. Forsund, L. Hjalmarsson, M. Souminen, 1993, „Banking efficiency in the Nordic countries”, *Journal of Banking and Finance*, 17.
5. Cebenoyan A.S., E.S. Cooperman, C.A. Register, S.C. Hudgins, 1993, „The relative efficiency of stock versus Mutual S&Ls: A stochastic cost frontier approach”, *Journal of Financial Services Research*.
6. Ferrier G.D., C.A.K. Lovell, 1990, „Measuring cost efficiency in banking: econometric and linear programming evidence”, *Journal of Econometrics*, 46.
7. Frisch R., 1965, *Theory of Production*, Chicago.
8. Grabowski R., N. Ragan, R. Rezvanian, 1993, „Organizational forms in banking: An empirical investigation of cost efficiency”, *Journal of Banking and Finance*, 17.
9. Greene W., 1980, „Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions”, *Journal of Econometrics*, 13.
10. Hassan Y.A., Grabowski R., C. Pasurka, N. Ragan, 1990, „Technical, scale, and allocative efficiencies in U.S. banking: An empirical investigation”, *Review of Economics and Statistics*.
11. Jondrow J., C.A.K. Lovell, I. Materov, P. Schmidt, 1982, „On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model”, *Journal of Econometrics*, 19.
12. Kaparakis E., S. M. Miller, A.G. Noulas, 1994, „Short-run cost inefficiency of commercial banks: A flexible stochastic frontier approach”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 26.
13. Koop G., J. Osiewalski, M.F.J Steel, 1994, „Bayesian efficiency analysis with a flexible form: The AIM cost function”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 12.
14. Koop G., J. Osiewalski, M.F.J Steel, 1997, „Hospital efficiency analysis with individual effects: A Bayesian approach”, *Journal of Econometrics*, 76.

- Maszynopis artykułu Marzec J., 1998, Modelowanie procesu produkcji banków i badanie ich efektywności kosztowej, „Ekonometria czasu transformacji” (red. A. S. Barczak), Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej w Katowicach, s. 87-98.
15. Marzec J., 1998, „Produkty, czynniki produkcji i funkcja kosztów w badaniach efektywności kosztowej banków”, maszynopis opracowania w ramach grantu KBN nr 1-H02B-015-11, Akademia Ekonomiczna, Kraków.
  16. Marzec J., Osiewalski J., 1997, „Pomiar efektywności kosztowej banków: zarys metodologii”, *Folia Economica Cracoviensia*, w druku.
  17. Meeusen W., J. van den Broeck, 1977, „Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error”, *International Economic Review*, 1977, 8.
  18. Mester L.J., 1993, „Efficiency in the savings and loan industry”, *Journal of Banking and Finance*, 17.
  19. Molyneux P., Y. Altunbas, E. Gardener, 1996, *Efficiency in European Banking*, J. Wiley & Sons, Chichester.
  20. Osiewalski J., J. Marzec, 1998, „Bayesian Analysis of Cost Efficiency With an Application to Bank Branches”, w: *Global Tendencies and Changes in East European Banking*, materiały z konferencji organizowanej przez Uniwersytet Jagielloński, w druku.
  21. Osiewalski J., R. Wróbel-Rotter, 1998, „Estymacja granicznych funkcji produkcji i wskaźników efektywności technicznej na podstawie danych przekrojowych”, *Przegląd Statystyczny*, w druku.
  22. Pitt M., L.F. Lee, 1981, „The measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry”, *Journal of Development Economics*, 9.
  23. Rangan N., R. Grabowski, N.Y. Aly, C. Pasurka, 1988, „The technical efficiency of US Banks”, *Economics Letters*, 28.
  24. Schmidt P., R. Sickles, 1984, „Production frontiers and panel data”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 2.
  25. Sealey C.W., J.T. Lindley, 1977, „Inputs, outputs, and a theory of production and cost at depository financial institutions”, *The Journal of Finance*, 32.
  26. Sherman H.D., F. Gold, 1985, „Bank branch operating efficiency”, *Journal of Banking and Finance*, 9.
  27. Stevenson R.E., 1980, „Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation”, *Journal of Econometrics*, 13.
  28. Towey R., 1974, „Money Creation and the Theory of Banking Firm”, *Journal of Finance*, 29.
  29. van den Broeck J., G. Koop, J. Osiewalski, M.F.J. Steel, 1994, „Stochastic frontier models: A Bayesian perspective”, *Journal of Econometrics*, 61.
  30. Varian H.R., 1992, *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton & Company, Inc., New York.
  31. Zardokoohi A., J. Kolari, 1994, „Branch office economies of scale and scope: Evidence from savings banks in Finland”, *Journal of Banking and Finance*, 18.