

Jerzy Marzec

GRANICZNA FUNKCJA KOSZTU DLA ODDZIAŁÓW BANKU: WYNIKI ESTYMACJI BAYESOWSKIEJ¹

1. Wprowadzenie

W światowej literaturze analiza efektywności kosztowej jest często wykorzystywana do ekonomicznej oceny działalności jednorodnych grup firm. Termin efektywność kosztowa (ang. cost efficiency) definiuje się jako iloraz minimalnego kosztu niezbędnego do wytworzenia danej wielkości produkcji i kosztu rzeczywiście poniesionego. Zatem jeżeli przedsiębiorstwo przy danych cenach czynników produkcji ponosi koszt wytworzenia określonego poziomu produkcji większy niż wynika on z mikroekonomicznej (tzw. granicznej) funkcji kosztu, to sytuację tę określa się mianem nieefektywności kosztowej bądź kosztów; zob. Marzec, Osiewalski [1996-1997].

Empiryczne badania efektywności kosztowej prowadzone są w oparciu o stochastyczne modele graniczne (ang. stochastic frontier models), będące równoczesną propozycją dwóch zespołów badawczych: Aigner, Lovell, Schmidt [1977] oraz Meeusen, van den Broeck [1977]. Dalszego rozwoju tej metodologii dokonali m. in. Stevenson [1980], Pitt, Lee [1981], Jondrow, Lovell, Materov, Schmidt [1982], Schmidt, Sickles [1984], Beckers, Hammond [1987], Greene [1980], [1990], van den Broeck, Koop, Osiewalski, Steel [1994] oraz Koop, Osiewalski, Steel [1994], [1997].

Stochastyczne modele graniczne mają szerokie zastosowanie aplikacyjne, m.in. od połowy lat osiemdziesiątych wykorzystuje się je w zagadnieniach efektywności kosztowej banków i innych instytucji finansowych. W latach 90-tych roku ukazały się liczne artykuły z tego zakresu poświęcone badaniu efektywności instytucji finansowych w *Journal of Banking and Finance*, *Journal of Productivity Analysis* i *Journal of Money, Credit and Banking*; zob. np. Berg, Forsund, Hjalmarsson, Souminen [1993], Berger [1993], Cebenoyan, Cooperman, Register, Hudgins [1993], Färe, Promont [1993], Grabowski, Ragan, Rezvanian [1993], Kaparakis, Miller, Noulas [1994], Mester [1993], Muldur, Sassenou [1993].

¹ Praca wykonana w ramach projektu badawczego Komitetu Badań Naukowych (nr 1-H02B-022-18). Artykuł prezentuje główne założenia i wyniki rozprawy doktorskiej autora, zob. Marzec [2000]. Badania nad bayesowskim modelowaniem kosztów zostały podjęte wspólnie z profesorem Jackiem Osiewalskim, któremu autor pragnie podziękować za inspirację, pomoc, dyskusję i cenne uwagi.

W polskiej literaturze naukowej, zarówno statystyczno-ekonometrycznej jak i bankowej, brak jest pozycji poświęconych aspektom metodologicznym i badaniom empirycznym z zakresu efektywności technicznej czy kosztowej banków. Warto dodać, że w ostatnich paru latach ukazały się popularyzatorskie artykuły przeglądowe Rogowskiego (m.in. Bank nr 1, styczeń 1998, str. 24-27) na temat analizy efektywności oddziałów banku; zob. też Rogowski [1998b], Kopczewski [1999]. Autor ten wskazał na ogromną potrzebę pomiaru i porównań efektywności ekonomicznej banków, co może stanowić cenne uzupełnienie tradycyjnych metod analiz wskaźnikowych stosowanych przez banki. Uważa on, że zastosowanie metod ekonometrycznych umożliwi między innymi obiektywizację kryteriów oceny oddziałów.

Niniejsze opracowanie przedstawia założenia i rezultaty badań empirycznych dotyczących ekonometrycznej analizy efektywności kosztowej oddziałów jednego z dużych polskich banków komercyjnych. W części drugiej zostanie przedstawiony bayesowski stochastyczny model graniczny o zmiennym rozkładzie efektywności, a następnie szczegółowe wyniki dotyczące technologii i efektywności kosztowej oddziałów.

2. Bayesowski stochastyczny model graniczny o zmiennym rozkładzie efektywności

Stochastyczny model graniczny w przypadku funkcji kosztu zakłada, iż odchylenie kosztu obserwowanego od teoretycznej mikroekonomicznej funkcji kosztu spowodowane jest zakłóceniami czysto losowymi oraz nieefektywnością. W przypadku danych przekrojowo-czasowych o krótkim horyzoncie czasu dość często zakłada się, że efektywność jest tzw. czystym losowym efektem indywidualnym dla każdego oddziału co oznacza, że $z_{it} \equiv z_i$, gdzie zmienna z reprezentuje nieefektywność, i to indeks firmy, a t czasu. W efekcie założenie to pozwala na bardziej precyzyjny szacunek przeciętnej efektywności każdego obiektu. Otrzymany model efektów losowych przyjmuje postać (zob. Pitt, Lee [1981], Schmidt, Sickles [1984]):

$$y_{it} = h(x_{it}, \beta) + v_{it} + z_i, \quad (i=1, \dots, N; t=1, \dots, T),$$

gdzie y_{it} – jest wartością zaobserwowanego logarytmu naturalnego kosztu i -tej firmy w okresie t ($i=1, \dots, N; t=1, \dots, T$), x_{it} to wektor-wiersz zmiennych egzogenicznych (będących funkcjami produktów, cen czynników i ewentualnie nakładów czynników stałych), h oznacza odpowiednio wyspecyfikowaną graniczną funkcją kosztu (najczęściej liniową względem $K+1$ nieznanymi parametrów tworzących wektor β), składniki v_{it} i z_i są zmiennymi losowymi, z których pierwszy jest symetryczny względem zera, a drugi nieujemny o wartości oczekiwanej większej od zera. Zakłada się, że składniki z_i i v_{it} są niezależne od siebie po firmach, a v_{it} także po czasie. Miarą efektywności kosztowej jest $r_i = \exp(-z_i)$, która jest łatwo interpretowalną wielkością o wartościach z przedziału $(0,1]$.

O zmiennych v_{it} przyjmuje się, że mają identyczne, niezależne rozkłady normalne ze średnią zero i stałą wariancją σ_v^2 (co oznacza się jako $N(0, \sigma_v^2)$), natomiast dla z_i przyjmuje się różne typy rozkładów określonych na dodatniej półosi. Koop, Osiewalski, Steel [1997] zaproponowali model, w którym przyjęli dla z_i rozkład wykładniczy ze średnią λ_i , która może zależeć od kilku (przyjęli, że $m-1$) egzogenicznych zmiennych w_{ij} ($j=2, \dots, m$), wyjaśniających systematyczne różnice w efektywności firm. Dokonali oni następującej parametryzacji λ_i :

$$\lambda_i = \prod_{j=1}^m \phi_j^{-w_{ij}}$$

gdzie $\phi_j > 0$ są nieznanymi parametrami, a $w_{ij} \equiv 1$. Taki przypadek Koop, Osiewalski, Steel nazwali modelem o zmiennym rozkładzie efektywności (*Varying Efficiency Distribution* – VED, w odróżnieniu od przypadku szczególnego $m=1$ ($w_{ij} \equiv 0$ dla $j > 1$), tj. modelu o wspólnym rozkładzie efektywności – CED (*Common Efficiency Distribution*)).

Pełna bayesowska analiza parametryczna wymaga określenia oprócz rozkładu próbkowego także rozkładu a priori dla wektora parametrów $\theta = (\beta', \sigma_v^{-2}, \phi)'$. Koop i in. [1997] przyjęli następującą strukturę a priori, która nie wprowadza zbyt dużo subiektywnej wiedzy o θ .

$$p(\theta) = p(\sigma_v^{-2})p(\beta)p(\phi) \propto f_G\left(\sigma_v^{-2} \mid \frac{n_0}{2}, \frac{s_0}{2}\right)I(\beta \in B) \prod_{j=1}^m f_G\left(\phi_j \mid 1, g_j\right).$$

gdzie $f_G(\cdot \mid a, b)$ oznacza gęstość rozkładu Gamma ze średnią a/b i wariancją a/b^2 , przy czym $a=1$ odpowiada rozkładowi wykładniczemu. Funkcja wskaźnikowa $I(\beta)$ odzwierciedla warunki regularności określone przez teorię ekonomii. Odpowiedni dobór wartości n_0, s_0 (np. $n_0=s_0=10^{-6}$) oraz g_j pozwoli na przyjęcie nikłej wiedzy a priori o parametrze precyzji σ_v^{-2} oraz wielkościach nieobserwowalnych z_i . Przyjęto zatem, że $g_j=1$ dla $j > 1$ i $g_1 = -\ln(r^*)$, gdzie $r^* \in (0, 1)$ jest stałą zadawaną przez badacza, która w przypadku modelu CED jest interpretowana jako mediana brzeżowego rozkładu a priori efektywności $r_i = \exp(-z_i)$; zob. van den Broeck, Koop, Osiewalski, Steel [1994]. Wyniki prezentowane w rozdziale następnym uzyskano przyjmując $r^*=0.7$. Założenie $g_j=1$ ($j > 1$) jest równoważne przyjęciu a priori, że zmienne w_{ij} mają niewielki wpływ na indywidualny poziom efektywności badanych obiektów. Zatem rola danych statystycznych sprowadza się m.in. do potwierdzenia bądź odrzucenia tej tezy.

W efekcie pełny bayesowski stochastyczny model graniczny omawiany w niniejszej pracy przybiera postać:

$$p(y, z, \theta \mid X, W) \propto f_G\left(\sigma_v^{-2} \mid \frac{n_0}{2}, \frac{s_0}{2}\right)I(\beta \in B) \prod_{j=1}^m f_G\left(\phi_j \mid 1, g_j\right) \prod_{i=1}^N f_G\left(z_i \mid 1, \prod_{j=1}^m \phi_j^{w_{ij}}\right) \prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^T f_N^1\left(y_{it} \mid h(x_{it}, \beta) + z_i, \sigma_v^2\right),$$

gdzie y i X oznaczają odpowiednio: wektor $T \cdot N \times 1$ obserwacji y_{it} i macierz $T \cdot N \times (K+1)$ z x_{it} jako wierszami; a wektor z definiuje się jako wektor o $N \times 1$ elementach z_i . Macierz W jest

wymiaru $N \times m$ i składa się z wektorów-wierszy w_i , które zawierają wartości zmiennych egzogenicznych wyjaśniających potencjalną nieefektywność i -tej firmy, przy czym pierwsza kolumna tej macierzy składa się z jedynek.

Stosując podejście bayesowskie zwykle napotyka się problemy z otrzymaniem rozkładów a posteriori oraz ich charakterystyk. Także w omawianym przypadku zarówno momenty jak gęstości brzegowe a posteriori parametrów funkcji kosztu bądź indywidualnych wskaźników efektywności są na tyle skomplikowanymi całkami, że nie mogą być znalezione analitycznie. Duży wymiar całki którą należałoby obliczyć - rzędu $K+2+m+N$ - powoduje, że tradycyjne kwadratury i metody Monte Carlo z niezależnymi losowaniami nie są efektywnymi metodami przybliżania tych całek. Koop i in. [1997] zauważyli, iż pełne rozkłady warunkowe posiadają znane i proste rozkłady², co pozwoliło im na zastosowanie metody Monte Carlo typu łańcuchów Markowa, znaną jako *Gibbs Sampling* (losowanie Gibbsa). Podejście to omawiają m.in. Casella, George [1992] oraz Tierney [1994], a także Koop i in. [1997].

3. Charakterystyka danych źródłowych

Omówiony krótko bayesowski model VED został wykorzystany do empirycznej analizy efektywności kosztowej oddziałów banku komercyjnego w oparciu o krótkookresową funkcję kosztu zmiennego. Założenie, że oddziały należą do jednorodnej grupy, czyli charakteryzują się tą samą technologią (lub mają do niej dostęp), wydaje się być spełnione w przypadku oddziałów jednego banku. W celu estymacji modelu należy w pierwszej kolejności określić i dokonać pomiaru zmiennych objaśniających oraz zmiennej objaśnianej, którymi są odpowiednio ceny zmiennych czynników produkcji, wielkości uzyskanych produktów (bądź agregat produkcji), nakłady czynników stałych oraz koszt zmienny.

W przypadku banków (bądź też oddziałów banku) określenie oraz pomiar czynników produkcji i samych produktów nie jest sprawą oczywistą i budzi wiele kontrowersji. Podstawy obecnie stosowanej mikroekonomicznej klasyfikacji czynników i produktów instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych) wykorzystywanych m.in. w badaniach efektywności ekonomicznej stworzyli Sealey, Lindley [1977]. Wg ich propozycji opartej na tezie, iż głównym celem działalności banku jest maksymalizacja zysku, proces produkcji w banku jest procesem wieloetapowym, w którym środki pieniężne (depozyty) pozyskane bezpośrednio od deponentów lub pośrednio na rynku międzybankowym oraz usługi świadczone przez bank przy użyciu kapitału, pracy i materiałowych czynników produkcji są użyte do wytworzenia aktywów generujących przychód (ang. *earning assets*), głównie różnych kategorii kredytów.

W niniejszej pracy to podejście zostanie wykorzystane do specyfikacji produktów bankowych, czynników produkcji, a tym samym specyfikacji funkcji kosztów. Dodatkowo

² Proste rozkłady w tym znaczeniu, iż istnieją dla nich generatory liczb losowych.

fakt, że przedmiotem zainteresowania są oddziały jednego banku ma wpływ na rozważane kategorie czynników produkcji i produktów. Szczegółową dyskusję doboru zmiennych w przypadku funkcji kosztu w sektorze bankowym oraz oddziałów banku przedstawia Marzec [1999], [2000].

W celu estymacji granicznej krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego wykorzystano dane kwartalne obejmujące rok 1997 ($T=4$) i pochodzące z 58 oddziałów ($N=58$). Z próby zostały wyeliminowane oddziały nowo powstałe oraz centrala banku, a filie analizowano łącznie z macierzystymi oddziałami. Zakres i przekrój danych otrzymanych z centrali banku był w dużej części uzależniony od struktury zakładowego planu kont, wg którego wygenerowano potrzebne informacje przy użyciu istniejącego systemu informatycznego księgowości bankowej. Wykaz kont bankowych, z których pozyskano dane wykorzystywane w niniejszej pracy przedstawia Tabela 1. Sposób ewidencji danych znacząco ograniczył liczbę i rodzaj czynników finansowych oraz produktów.

Tabela 1. Wykaz kont księgowych jako źródło danych.³

Nazwa konta	Numer konta
ZESPÓŁ 0 – MAJĄTEK TRWAŁY	
Majątek trwały materialny:	021
Tereny i budynki o charakterze eksploatacyjnym	0211
Inwestycje - koszty poniesione w obce środki trwałe w związku z przebudową, rozbudową i adaptacją obiektów na potrzeby ich użytkowników	0212
Wyposażenia, maszyny, narzędzia, środki transportowe inne	0213
ZESPÓŁ 1 OPERACJE Z UDZIAŁEM ŚRODKÓW PIENIĘŻNYCH I OPERACJE MIĘDZYBANKOWE	
Należności i zobowiązania	12-18
ZESPÓŁ 2 OPERACJE Z PODMIOTAMI NIEFINANSOWYMI	
Należności i zobowiązania	21-29
ZESPÓŁ 3 OPERACJE Z JEDNOSTAMI BUDŻETOWYMI I POZA BUDŻETOWYMI	
Należności i zobowiązania	31-34
ZESPÓŁ 5 OPERACJE RÓŻNE	
Wierzyciele różni (podatki, składki ZUS, opłaty PZU, PFRON)	552
ZESPÓŁ 7 KONTA KOSZTÓW	
1. Koszty operacji z udziałem środków płynnych oraz operacji międzybankowych:	71
Odsetki i prowizje	711, 712
2. Koszty operacji z klientami:	72
Odsetki i prowizje	721, 722
3. Koszty operacji z jednostkami budżetowymi lub pozabudżetowymi:	73
Odsetki	7311, 7321
Inne koszty	7312, 7322
4. Koszty operacji papierami wartościowymi	74
5. Koszty ogólne:	76
Wydatki na personel	761
Koszty eksploatacyjne i związane z działalnością pozaeksploatacyjną ⁴	762, 763
Podatki i opłaty	764

³ wg Bankowego Planu Kont z Komentarzem i Słownikiem, pod redakcją J. Urygi, wyd. Interfin, Kraków, 1994.

⁴ bez kosztów stałych, np. podatków od nieruchomości, środków transportu; ubezpieczeń majątkowych, kosztów usług remontowych i konserwacyjnych, usług komunalnych, zużycia opału, koszty usług w zakresie ochrony mienia itp.

Stosując podejście Sealeya i Lindleya wyróżniono cztery czynniki produkcji:

- nieruchomości (zmienną oznaczono literą K),
- inne środki trwałe (m.in. sprzęt komputerowy), materiały i akcesoria biurowe oraz wartości niematerialne i prawne (m.in. oprogramowanie) (M),
- pracowników oddziałów (L),
- depozyty i inne pozyskane przez oddział środki (D),

Trzy ostatnie zmienne czynniki produkcji (M , L , i D) znalazły się w omawianej funkcji kosztu zmiennego poprzez ich ceny, a nieruchomości (K) jako czynnik stały poprzez wielkość zaangażowanego nakładu, mierzonego poprzez powierzchnię (w metrach kwadratowych) pomieszczeń biurowych własnych i najmowanych, a eksploatowanych przez oddział. Produkcję oddziału wyrażono poprzez wartości udzielonych kredytów i innych pożyczonych przez oddział środków finansowych. Wyjaśniany przez model koszt zmienny (VC) jest sumą kosztów zaangażowania zmiennych czynników produkcji: kapitału ludzkiego (C_L), finansowego (C_D) i kapitału fizycznego z wyłączeniem nieruchomości (C_M). Koszty zatrudnienia pracowników w postaci funduszu płac powiększono o wydatki, które ponosi oddział w formie m.in. składek ZUS, PFRON, PFŚP i zaliczek na podatek od osób fizycznych, ponieważ mają one wpływ na rzeczywistą cenę tego czynnika, aczkolwiek nie stanowią kosztu w myśl ustawy o rachunkowości. Szczegółowa specyfikacja elementów kosztów przedstawiona jest poniżej:

Składniki kosztu	Opis
C_L	Koszty osobowe i bezosobowe oraz wydatki w postaci składek ZUS, PFRON, PFŚP i zaliczek na podatek od osób fizycznych.
C_D	Koszty z tytułu odsetek naliczonych, zapłaconych i prowizji z tytułu pozyskania depozytów od podmiotów finansowych, niefinansowych i budżetowych oraz ewentualne koszty pozyskania środków finansujących nadwyżkę kredytów nad depozytami.
C_M	Koszt zużycia materiałów i koszty usług obcych, amortyzacja wartości niematerialnych i prawnych oraz środków trwałych z wyłączeniem nieruchomości.

Ceny czynników liczono jako iloraz kosztu zaangażowania czynnika (i ewentualnie innych wydatków nie będących kosztem w myśl ustawy o rachunkowości) przez jego wielkość. Cena pracy (w_L) jest wyznaczana jako iloraz kosztu wynagrodzeń i wydatków związanych z tym czynnikiem (C_L) ponoszonych w kwartale oraz wielkości zaangażowania kapitału ludzkiego mierzonego przez przeciętną liczbę zatrudnionych w kwartale (w przeliczeniu na etaty; z wyłączeniem przebywających na urloпах macierzyńskich, wychowawczych i bezpłatnych), która jest średnią arytmetyczną ze stanów na koniec trzech miesięcy kwartału. Ceną depozytów i innych pozyskanych środków (w_D) jest iloraz kosztów finansowych (C_D) i wielkości zaangażowania tego czynnika⁵, które wyrażono przez wartość sumy: 1⁰ nadwyżki kredytów nad depozytami (środków pozyskanych z centrali) w przypadku oddziałów

⁵ Istniejący system informatyczny nie pozwalał na uzyskanie średniej ważonej ceny depozytów ogółem w oparciu o rzeczywiste oprocentowanie poszczególnych rachunków depozytowych. Przedstawiona konstrukcja cen czynników produkcji jako iloraz kosztu do wielkości zaangażowania czynnika jest szeroko stosowana w światowej literaturze przedmiotu, a prezentuje ją np. Muldur, Sassenou [1993].

kredytowych oraz 2^0 średniego stanu środków zgromadzonych na następujących rachunkach⁶: bieżących i pomocniczych podmiotów gospodarczych osób prowadzących działalność gospodarczą (średni udział w depozytach ogółem banku kształtował się na poziomie około 23.5%), oszczędnościowo-rozliczeniowych i popularnych osób fizycznych (10%), rachunkach depozytu terminowego imiennego i na okaziciela (48%), depozytowych typu call (1%), zgromadzonych z tytułu sprzedaży bonów oszczędnościowych (0.5%), walutowych A, C (avista lub terminowy) i K (avista lub terminowy) (12.75%), środków funduszy specjalnego przeznaczenia i depozytów zablokowanych (3.25%) oraz pozostałych (1%). Środki na rachunkach loro i lokaty innych banków nie były uwzględniane, ponieważ występowały jedynie w centrali banku. Z uwagi na fakt, iż centrala banku na drodze przetargu wybiera dostawców sprzętu dla oddziałów (m.in. komputerów, drukarek, akcesoriów komputerowych oraz oprogramowania) a dla każdego pracownikowi przysługuje ryczałt na zakup wybranych materiałów biurowych przyjęto, że cena tego czynnika (w_M) jest jednakowa dla każdego oddziału (także po czasie). W konsekwencji ta cena (trudno mierzalna w praktyce) nie pojawia się w sposób jawny w funkcji kosztu zmiennego.

W badaniach empirycznych zwykle nie rozważa się zbyt dużej liczby produktów, bo inaczej pojawiają się problemy na etapie estymacji z powodu małej liczby stopni swobody. Zatem w omawianej analizie produkcję wyrażono poprzez dwa zagregowane produkty, mianowicie:

- kredyty udzielone klientom komercyjnym (podmiotom finansowym, budżetowym i niefinansowym z wyłączeniem osób fizycznych nie prowadzących działalności gospodarczej) łącznie z nadwyżką depozytów nad kredytami w przypadku oddziałów specjalizujących się pozyskiwaniu środków (zmienna Q_1 wyrażona w tys. złotych),
- kredyty udzielone klientom detalicznych tj. osobom fizycznym z wyłączeniem prowadzących działalność gospodarczą (zmienna Q_2 wyrażona w tys. złotych).

Na powyższe agregaty (z wyłączeniem wyróżnionej nadwyżki) złożyły się kredyty brutto udzielone obu typom klientów: w rachunku bieżącym (9.25%), kredyty obrotowe (33.25%), inwestycyjne (19%), konsorcyjne (7%), dyskontowe (3.5%), ratalne (4.5%), kredyty w formie pożyczki gotówkowej dla ludności (m.in. na zakup samochodów) (9%), kredyty udzielone firmom leasingowym na finansowanie aktywów będących przedmiotem leasingu finansowego i operacyjnego (4.5%), faktoring i cesja wierzytelności (6%) oraz pozostałe (4%) z wyłączeniem rachunków nostro i lokat w innych bankach.

Zarówno wartość depozytów pozyskanych jak i kredytów udzielonych w badanym kwartale wyrażono przez średnią ich wartość wg stanu na koniec każdego miesiąca w kwartale. W efekcie w badanym 1997 roku średnia cena depozytów wynosiła 12.8%, natomiast przeciętne wynagrodzenie pracowników wynosiło 2605 zł miesięcznie wraz z narzutami. Wartość udzielonych kredytów komercyjnych (wraz z nadwyżką depozytów nad kredytami) i detalicznych kształtowała się na poziomie odpowiednio 106 mln zł i 11 mln zł. Całkowity koszt zmienny ponoszony w ciągu kwartału przez oddział zatrudniający średnio 84 pracowników i posiadający ponad 1600 m² pomieszczeń biurowych wynosił 4.672 mln zł.

⁶ Przy określaniu nazw rachunków depozytowych i rodzajów kredytów posłużono się terminologią używaną w oddziałach badanego banku.

Dodatkowo w celu określenia egzogenicznych przyczyn zróżnicowania poziomu efektywności (za pomocą przedstawionego wcześniej modelu VED) wyróżniono trzy zmienne dychotomiczne ($m=4$, $w_{ij}=1$), które mogą być odpowiedzialne za zróżnicowanie poziomu efektywności w poszczególnych podgrupach oddziałów. Zmienne te odzwierciedlają 1^o specjalizację oddziałów (w_{i2}), 2^o wielkość oddziału mierzona wartością produkcji (w_{i3}) i 3^o posiadanie przez oddziały filii mających szeroki zakres uprawnień (w_{i4})⁷. Samodzielność filii jest wyróżniona przez fakt posiadania przez nią jednoznacznie identyfikującego numeru rozliczeniowego oraz pełnej oferty usługowej. Zmienna w_{i3} ma charakter zmiennej ciągłej, ale dokonano jej dychotomizacji wyodrębniając dwie różne grupy oddziałów ze względu na średnią miesięczną wartość udzielonych kredytów. W szczególności:

- $w_{i2} = 1$, gdy średnia miesięczna wartość kredytów udzielonych przez oddział była większa od wartości pozyskanych depozytów w badanych czterech kwartałach, $w_{i2} = 0$ w przeciwnym przypadku,
- $w_{i3} = 1$, gdy średnia miesięczna wartość kredytów oddziału była większa niż 100 mln złotych $w_{i3} = 0$ w przeciwnym przypadku,
- $w_{i4} = 1$, gdy oddział posiada filię mającą szeroki zakres podejmowania decyzji (tzn. świadczącą pełny zakres usług bankowych), $w_{i4} = 0$ w przeciwnym przypadku.

Wartości tych zmiennych dla poszczególnych oddziałów są prezentowane wraz z omawianymi wynikami estymacji mierników efektywności.

4. Krótkookresowa funkcja kosztu zmiennego oddziałów banku: wyniki estymacji

Przyjmując iż nieobserwowana cena sprzętu komputerowego, materiałów i akcesoriów biurowych oraz wartości niematerialnych i prawnych (m.in. oprogramowanie) - w_M - jest stała zarówno po oddziałach jak i po czasie, stochastyczny model granicznej translogarytmicznej krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego przyjmuje postać⁸:

$$\begin{aligned} \ln VC_{it} = & \delta_0 + \delta_1 \ln w_{it,D} + \delta_2 \ln w_{it,L} + \delta_3 \ln Q_{it,1} + \delta_4 \ln K_i + \delta_5 \ln w_{it,D} \ln w_{it,L} \\ & + \delta_6 \ln w_{it,D} \ln Q_{it,1} + \delta_7 \ln w_{it,D} \ln K_i + \delta_8 \ln w_{it,L} \ln Q_{it,1} + \delta_9 \ln w_{it,L} \ln K_i \\ & + \delta_{10} \ln Q_{it,1} \ln K_i + \delta_{11} (\ln w_{it,D})^2 + \delta_{12} (\ln w_{it,L})^2 + \delta_{13} (\ln Q_{it,1})^2 + \delta_{14} (\ln K_i)^2 \\ & + \delta_{15} \ln Q_{it,2} + \delta_{16} \ln w_{it,D} \ln Q_{it,2} + \delta_{17} \ln w_{it,L} \ln Q_{it,2} + \delta_{18} \ln Q_{it,1} \ln Q_{it,2} \\ & + \delta_{19} \ln Q_{it,2} \ln K_i + \delta_{20} (\ln Q_{it,2})^2 + v_{it} + z_i, \end{aligned} \quad 4.1.$$

⁷ Można też zaproponować inne zmienne, np. atrakcyjność regionu, w którym działa oddział, mierzona wielkością produktu narodowego w przeliczeniu na mieszkańca.

⁸ Cena w_M nie pojawia się ona bezpośrednio w funkcji kosztu, lecz jest ukryta w wyrazie wolnym (zob. np. Osiewalski, Marzec [1998a], [1998b], Marzec [2000]).

gdzie zgodnie z przyjętym oznaczeniem VC oznacza sumę kosztów zaangażowania zmiennych czynników produkcji: kapitału ludzkiego, finansowego oraz materiałów i akcesoriów komputerowych, Q_1 – wolumen kredytów udzielonych klientom komercyjnym (plus będąca w dyspozycji centrali banku nadwyżka depozytów nad kredytami w przypadku oddziałów specjalizujących się w pozyskiwaniu środków), Q_2 – wolumen kredytów udzielonych klientom detalicznym, w_D - cenę czynnika finansowego (depozytów i środków z centrali finansujących nadwyżkę kredytów nad depozytami w przypadku oddziałów mających taką nadwyżkę), w_L to cena pracy, a K oznacza zaangażowanie czynnika stałego (kapitału fizycznego) mierzone poprzez powierzchnię (w metrach kwadratowych) pomieszczeń biurowych własnych i najmowanych, a eksploatowanych przez oddział.

Postać analityczna funkcji użytej we wzorze 4.1 jest przykładem tzw. giętkiej formy funkcyjnej, a została zaproponowana po raz pierwszy przez Christensena, Jorgensona, Lau [1971] (zob. także Christensen, Jorgenson, Lau [1973]). Obecnie jest ona powszechnie stosowana w empirycznych pracach z zakresu analizy kosztu i produkcji, także w bankowości; zob. m.in. Berger [1993], Cebenoyan, Cooperman, Register, Hudgins [1993], Kaparakis, Miller, Noulas [1994], Kraft, Tirtiroglu [1998], Mester [1993], Muldur, Sassenou [1993], Zardokoohi, Kolari [1994].

Mikroekonomiczna teoria produkcji i kosztu precyzuje warunki regularności ekonomicznej, które w badanym modelu zostały narzucone przez funkcję wskaźnikową $I(\beta)$ w rozkładzie a priori wektora parametrów $\beta = [\beta_0, \dots, \beta_{20}]$, zapewniając tym samym odpowiednie znaki dla elastyczności. Warunek jednorodność funkcji kosztu względem cen czynników jest w modelu 4.1 automatycznie spełniony, gdyż wszystkie z cen oraz obserwowany koszt zostały wydzielone się przez jedną z nich, w tym przypadku przez stałą cenę w_M . W przypadku przedstawionej funkcji translogarytmicznej liczba wszystkich możliwych restrykcji na elastyczności wynosi 1392. Tak duża ich liczba spowodowana jest tym, iż w tym modelu elastyczności kosztu zmiennego względem jakiegokolwiek z cen bądź wielkości produktów lub nakładu czynnika stałego - $\eta(VC/\cdot)$ - są liniową funkcją logarytmów wszystkich tych zmiennych objaśniających. Dla przykładu elastyczność kosztu względem ceny depozytów ma postać (dla przejrzystości pominięto oba indeksy):

$$\eta(VC | w_D) = \delta_1 + \delta_5 \ln w_L + \delta_6 \ln Q_1 + \delta_7 \ln K + 2\delta_{11} \ln w_D + \delta_{16} \ln Q_2$$

W praktyce narzucono jedynie restrykcje dla przeciętnego oddziału, tzn. takiego, który charakteryzuje się średnimi z próby – w czasie i po oddziałach - wartościami zmiennych objaśniających⁹. W efekcie uwzględniono warunek, iż elastyczności dla przeciętnej firmy względem produktów Q_1 , Q_2 i cen w_L , w_D są większe od zera, oraz że suma elastyczności względem obu cen jest mniejsza od jedności. Wyniki a posteriori pokazały, że warunki te były spełnione także dla poszczególnych oddziałów¹⁰, jedynie restrykcja na sumę elastyczności względem cen w przypadku kilku była wiążąca¹¹. Nie narzucono warunku

⁹ Równoważnym podejściem jest narzucenie restrykcji dla średnich elastyczności po oddziałach.

¹⁰ Elastyczności obliczono dla każdego oddziału w oparciu o średnie (z czterech kwartałów) wartości zmiennych objaśniających charakteryzujących oddział.

¹¹ Próba narzucenia warunku dla każdego oddziału bardzo spowołniła algorytm Gibbsa, za sprawą kilku obserwacji nietypowych.

ujemności na elastyczności krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego względem nakładów czynnika stałego (nieruchomości), ponieważ dane empiryczne wyraźnie wskazywały na jego dodatniość; w przypadku funkcji typu Cobba i Douglasa (czyli szczególnego przypadku funkcji translogarytmicznej) te elastyczności powinny mieć znak ujemny, czego nie można uzasadnić dla ogólnej postaci funkcji translogarytmicznej.

Tabele poniżej prezentują podstawowe rezultaty estymacji bayesowskiej modelu 4.1, tj. wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori parametrów, które nie posiadają bezpośredniej interpretacji ekonomicznej. Źródłem informacji o charakterze technologii oddziałów banku są elastyczności obliczone dla przeciętnego oddziału (zob. Tabela 3) bądź poszczególnych oddziałów (Tabela 4).

Tabela 2. Wartości oczekiwane (E) i odchylenia standardowe (D) a posteriori parametrów modelu 4.1. ($r^*=0.7$)

Parametr	Zmienna	E(· dane)	D(· dane)	Parametr	Zmienna	E(· dane)	D(· dane)
δ_0	Stała	5.994	3.556	δ_{12}	$(\ln w_D)^2$	0.145	0.048
δ_1	$\ln w_D$	0.333	0.591	δ_{13}	$(\ln Q_1)^2$	0.031	0.007
δ_2	$\ln w_L$	-0.974	0.717	δ_{14}	$(\ln K)^2$	0.034	0.008
δ_3	$\ln Q_1$	0.681	0.220	δ_{15}	$\ln Q_2$	-0.455	0.182
δ_4	$\ln K$	0.039	0.189	δ_{16}	$\ln w_D \ln Q_2$	0.001	0.024
δ_5	$\ln w_D \ln w_L$	-0.016	0.057	δ_{17}	$\ln w_L \ln Q_2$	-0.010	0.014
δ_6	$\ln w_D \ln Q_1$	0.010	0.027	δ_{18}	$\ln Q_1 \ln Q_2$	-0.042	0.009
δ_7	$\ln w_D \ln K$	0.080	0.023	δ_{19}	$\ln K \ln Q_2$	-0.035	0.010
δ_8	$\ln w_L \ln Q_1$	-0.050	0.016	δ_{20}	$(\ln Q_2)^2$	0.053	0.005
δ_9	$\ln w_L \ln K$	-0.004	0.013	ϕ_1	$w_{i1}=1$	10.388	2.866
δ_{10}	$\ln Q_1 \ln K$	-0.005	0.009	ϕ_2	w_{i2}	1.987	0.599
δ_{11}	$(\ln w_L)^2$	-0.032	0.044	ϕ_3	w_{i3}	1.009	0.341
σ_v^2		0.000421	0.000054	ϕ_4	w_{i4}	1.003	0.444

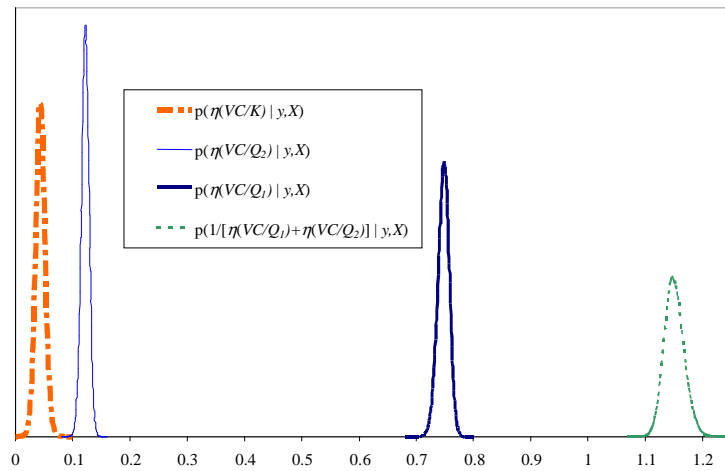
Tabela 3. Średnie wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori elastyczności kosztu.

	$\eta(VC/w_D)$	$\eta(VC/w_L)$	$\eta(VC/Q_1)$	$\eta(VC/K)$	$\eta(VC/Q_2)$	$\eta(VC/w_D)+$ $\eta(VC/w_L)$	$\eta(VC/Q_1)+$ $\eta(VC/Q_2)$
wartość oczekiwana	0.808	0.179	0.747	0.043	0.122	0.986	0.869
odchylenie standardowe	0.045	0.032	0.024	0.022	0.017	0.077	0.042

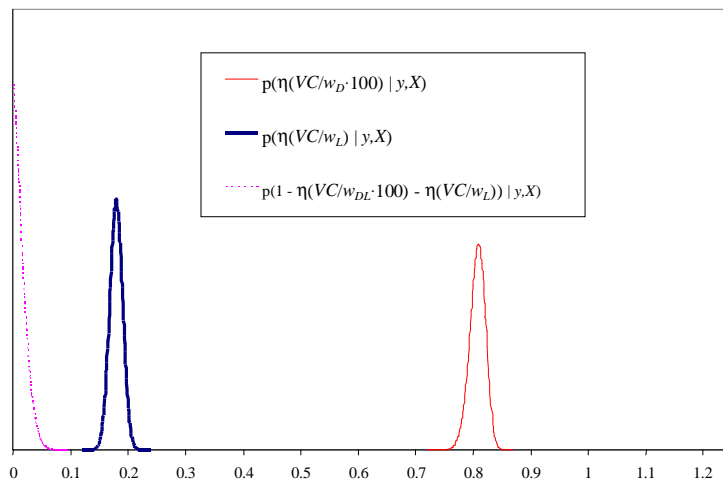
Spośród wszystkich zmiennych największy i statystycznie istotny wpływ na kształtowanie się kosztu zmiennego mają cena czynnika finansowego, tj. depozytów (w_D) oraz wielkość kredytów udzielonym klientom komercyjnym (Q_1). Wzrost ceny depozytów i innych pozyskanych środków (wyrażonej w punktach procentowych) o 1% powoduje wzrost kosztu zmiennego o około 0.81% ($\pm 0.045\%$) *ceteris paribus*. Natomiast wzrost wartości udzielonych kredytów o 1% powoduje wzrost kosztu zmiennego o około 0.75% ($\pm 0.024\%$) *ceteris paribus*. Zmiana ceny pracy (podobnie jak wielkości kredytów udzielonych klientom detalicznym) ma mniejszy wpływ na poziom kosztu, aczkolwiek też odrywa istotną statystycznie rolę, tzn. wzrost tej pierwszej wielkości o 1% powoduje wzrost kosztów zmiennych o 0.18% ($\pm 0.032\%$), natomiast wzrost drugiej o 0.12% z błędem $\pm 0.017\%$. Rola nieobserwowanej, stałej dla oddziałów ceny czynnika materiałowego (w_M) jest znikoma lub żadna. Uzyskane wyniki wskazują, iż wraz ze wzrostem powierzchni pomieszczeń

biurowych oddziału nieznacznie rosną koszty zmienne¹². Przeciętny oddział charakteryzuje się rosnącym efektem skali¹³, który wynosi około 1.15. Oznacza to, że zmiana kosztu zmiennego o 1% w wyniku proporcjonalnego wzrostu nakładów czynników zmiennych (zatrudnienia, wielkości depozytów oraz środków trwałych (z wyłączeniem nieruchomości) powoduje wzrost łącznej produkcji (czyli udzielonych kredytów) o 1.15%. Pełną wiedzę statystyczną o charakterystykach kosztu oddziałów przedstawiają brzegowe gęstości w posteriori dla średniego współczynnika efektu skali i omówionych wcześniej średnich elastyczności względem wielkości kredytów komercyjnych (Q_1), detalicznych (Q_2), ceny depozytów (w_D) i pracy (w_L) oraz względem powierzchni budynków oddziałów.

Rysunek 1. Rozkład a posteriori współczynnika efektu skali oraz elastyczności względem wielkości produktów Q_1 , Q_2 oraz nakładu czynnika stałego (K).



Rysunek 2. Rozkład a posteriori dla elastyczności względem cen czynników zmiennych (pracy, depozytów i czynnika materiałowego).



¹² Jedną z możliwych hipotez uzasadniających ten fakt jest przypuszczenie, iż zwiększenie powierzchni (związane z otwarciem nowej filii lub kasy zewnętrznej) może iść w parze ze wzrostem zatrudnienia, czyli wzrostu kosztów wynagrodzeń. Zatem zachodzi być może komplementarność między czynnikiem ludzkim a kapitałem (nieruchomości, budynki itp.).

¹³ W przypadku rozważania wielu produktów Panzar, Willig [1977] proponują do pomiaru efektu skali tzw. zagregowany współczynnik efektu skali (SL) definiowany jako odwrotność sumy elastyczności kosztu względem każdego z produktów, czyli w omawianym przypadku wyrażenie $SL=[\eta(VK/Q_1)+\eta(VK/Q_2)]^{-1}$.

Szczegółowe informacje o technologii każdego z 58 oddziałów zawiera poniższa tabela (oddziały są posortowane malejąco ze względu na średnią wartość udzielonych kredytów w ciągu badanego roku). Można zauważyć, że większość z nich charakteryzuje się rosnącym efektem skali produkcji, zatem z ekonomicznego punktu widzenia korzystne jest zwiększanie przez nie wolumenu kredytów (poprzez proporcjonalny wzrost nakładów czynników zmiennych) tak długo, aż osiągną stały, a następnie malejący efekt skali. Badane oddziały wykazują zróżnicowanie, np. w przypadku oddziału o numerze 28 cena depozytów ma bardzo silny i istotny wpływ na kształtowanie kosztu zmiennego (elastyczność kształtuje się na poziomie $0.965 (\pm 0.038)$), natomiast dla oddziału 53 rola tego czynnika jest dużo mniejsza ($0.667, \pm 0.071$). Cena pracy ma największy wpływ na koszt zmienny w oddziale o numerze 58, który charakteryzuje się najmniejszym wolumenem udzielonych kredytów. Natomiast w oddziale prowadzącym najaktywniejszą politykę kredytową (o numerze 1) rola tej ceny jest najmniejsza spośród wszystkich pozostałych oddziałów. Ponadto szczególną uwagę zwraca oddział numer 7, posiadający istotnie ujemny znak elastycznością kosztu względem wielkości kredytów detalicznych. Spowodowane jest to niskim udziałem tych kredytów w łącznym wolumenie kredytów, co ma także miejsce w przypadku oddziałów o numerze 2, 16, 33, 36, 41 i 43, dla których ta elastyczność przyjmuje wartości bliskie zero. Występuje jeszcze grupa oddziałów, dla których znak elastyczności kosztu zmiennego względem nakładu czynnika stałego jest istotnie ujemny. Dotyczy to oddziałów największych ze względu na powierzchnię posiadanych lub najmowanych nieruchomości, wykorzystywanych do prowadzenia działalności bankowej, może w nich pojawić się klasyczna substytucja między czynnikami (pracą i nieruchomościami).

Tabela 4. Współczynniki efektu skali (SL), wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori (w nawiasie) dla elastyczności kosztu w poszczególnych oddziałach banku.¹⁴

i	$\eta(w_D)_i$	$\eta(w_L)_i$	$\eta(w_D)_i + \eta(w_L)_i$	$\eta(Q_1)_i$	$\eta(Q_2)_i$	$\eta(K)_i$	SL_i
1	0.883 (0.062)	0.070 (0.045)	0.953 (0.107)	0.831 (0.033)	0.085 (0.020)	0.092 (0.024)	1.091
2	0.870 (0.057)	0.098 (0.034)	0.968 (0.091)	0.862 (0.032)	0.007 (0.019)	0.055 (0.023)	1.151
3	0.726 (0.057)	0.088 (0.032)	0.813 (0.089)	0.798 (0.032)	0.224 (0.019)	-0.087 (0.023)	0.979
4	0.889 (0.060)	0.130 (0.034)	1.020 (0.093)	0.801 (0.033)	0.078 (0.019)	0.079 (0.024)	1.138
5	0.862 (0.042)	0.139 (0.035)	1.000 (0.077)	0.839 (0.032)	0.000 (0.015)	0.099 (0.023)	1.192
6	0.874 (0.041)	0.161 (0.031)	1.036 (0.071)	0.762 (0.032)	0.150 (0.014)	0.064 (0.022)	1.096
7	0.863 (0.043)	0.191 (0.032)	1.054 (0.075)	0.880 (0.032)	-0.122 (0.015)	0.058 (0.021)	1.319
8	0.874 (0.042)	0.141 (0.028)	1.015 (0.069)	0.787 (0.032)	0.097 (0.015)	0.064 (0.021)	1.131
9	0.920 (0.070)	0.115 (0.047)	1.034 (0.118)	0.771 (0.033)	0.108 (0.028)	0.129 (0.031)	1.138
10	0.921 (0.068)	0.128 (0.040)	1.049 (0.108)	0.754 (0.033)	0.127 (0.028)	0.111 (0.031)	1.136
11	0.826 (0.069)	0.127 (0.039)	0.954 (0.108)	0.768 (0.033)	0.156 (0.028)	0.009 (0.031)	1.082
12	0.854 (0.066)	0.122 (0.038)	0.976 (0.103)	0.748 (0.033)	0.162 (0.027)	0.127 (0.031)	1.098
13	0.885 (0.034)	0.155 (0.028)	1.039 (0.062)	0.722 (0.024)	0.196 (0.013)	0.053 (0.019)	1.089
14	0.688 (0.033)	0.156 (0.022)	0.844 (0.055)	0.633 (0.023)	0.449 (0.013)	-0.108 (0.018)	0.924
15	0.882 (0.033)	0.137 (0.020)	1.019 (0.053)	0.774 (0.023)	0.088 (0.013)	0.081 (0.018)	1.160
16	0.884 (0.034)	0.151 (0.026)	1.035 (0.060)	0.801 (0.023)	0.011 (0.012)	0.138 (0.018)	1.231

¹⁴ Przyjęcie, że elastyczności $\eta(VC/Q_1)_i$ i $\eta(VC/Q_2)_i$ posiadają rozkład zbliżony do normalnego powoduje, że momenty zmiennej losowej $[\eta(VC/Q_1) + \eta(VC/Q_2)]^{-1}$ nie istnieją, w tym wartość oczekiwana $E([\eta(VC/Q_1) + \eta(VC/Q_2)]^{-1})$, zatem za ocenę SL przyjęto wyrażenie $[E(\eta(VC/Q_1)) + E(\eta(VC/Q_2))]^{-1}$

i	$\eta(w_D)_i$	$\eta(w_L)_i$	$\eta(w_D)_i + \eta(w_L)_i$	$\eta(Q_1)_i$	$\eta(Q_2)_i$	$\eta(K)_i$	SL_i
17	0.841 (0.041)	0.170 (0.028)	1.011 (0.070)	0.784 (0.026)	0.053 (0.016)	0.111 (0.022)	1.195
18	0.965 (0.038)	0.145 (0.026)	1.110 (0.064)	0.723 (0.027)	0.133 (0.015)	0.108 (0.021)	1.168
19	0.779 (0.041)	0.154 (0.025)	0.933 (0.066)	0.758 (0.027)	0.156 (0.015)	0.016 (0.021)	1.093
20	0.915 (0.041)	0.135 (0.030)	1.049 (0.071)	0.721 (0.027)	0.171 (0.015)	0.042 (0.021)	1.120
21	0.818 (0.035)	0.178 (0.022)	0.995 (0.057)	0.757 (0.020)	0.116 (0.013)	0.070 (0.017)	1.145
22	0.833 (0.036)	0.155 (0.020)	0.988 (0.056)	0.782 (0.021)	0.067 (0.014)	0.064 (0.017)	1.179
23	0.710 (0.039)	0.166 (0.021)	0.875 (0.060)	0.745 (0.021)	0.219 (0.015)	-0.102 (0.017)	1.037
24	0.877 (0.046)	0.138 (0.046)	1.015 (0.093)	0.722 (0.021)	0.166 (0.015)	0.099 (0.017)	1.126
25	0.767 (0.055)	0.207 (0.044)	0.975 (0.100)	0.750 (0.033)	0.146 (0.020)	-0.021 (0.031)	1.116
26	0.849 (0.049)	0.227 (0.037)	1.076 (0.087)	0.627 (0.031)	0.315 (0.020)	0.049 (0.030)	1.062
27	0.877 (0.053)	0.167 (0.041)	1.044 (0.094)	0.746 (0.033)	0.106 (0.020)	0.061 (0.031)	1.175
28	0.681 (0.047)	0.205 (0.046)	0.886 (0.093)	0.764 (0.030)	0.153 (0.021)	-0.048 (0.029)	1.090
29	0.739 (0.027)	0.214 (0.026)	0.952 (0.053)	0.776 (0.019)	0.094 (0.011)	-0.035 (0.015)	1.149
30	0.772 (0.029)	0.187 (0.021)	0.958 (0.049)	0.654 (0.020)	0.322 (0.011)	-0.020 (0.015)	1.025
31	0.850 (0.030)	0.164 (0.019)	1.014 (0.049)	0.752 (0.021)	0.093 (0.012)	0.088 (0.016)	1.183
32	0.916 (0.032)	0.181 (0.026)	1.097 (0.058)	0.692 (0.021)	0.171 (0.011)	0.116 (0.016)	1.158
33	0.775 (0.041)	0.187 (0.036)	0.961 (0.077)	0.806 (0.021)	0.014 (0.016)	-0.002 (0.024)	1.218
34	0.766 (0.038)	0.216 (0.029)	0.982 (0.067)	0.791 (0.020)	0.033 (0.016)	0.011 (0.024)	1.213
35	0.770 (0.041)	0.194 (0.027)	0.964 (0.067)	0.778 (0.021)	0.066 (0.016)	0.029 (0.024)	1.185
36	0.768 (0.041)	0.172 (0.028)	0.941 (0.069)	0.805 (0.021)	0.014 (0.016)	0.044 (0.024)	1.222
37	0.843 (0.035)	0.192 (0.035)	1.036 (0.070)	0.749 (0.018)	0.072 (0.015)	0.079 (0.022)	1.218
38	0.742 (0.034)	0.175 (0.026)	0.916 (0.061)	0.744 (0.018)	0.136 (0.015)	0.023 (0.021)	1.136
39	0.838 (0.034)	0.175 (0.023)	1.013 (0.057)	0.767 (0.018)	0.032 (0.015)	0.087 (0.021)	1.252
40	0.901 (0.037)	0.165 (0.028)	1.066 (0.065)	0.724 (0.018)	0.089 (0.015)	0.119 (0.022)	1.230
41	0.779 (0.030)	0.223 (0.030)	1.002 (0.060)	0.786 (0.018)	-0.014 (0.012)	0.128 (0.012)	1.296
42	0.691 (0.032)	0.204 (0.025)	0.895 (0.056)	0.768 (0.019)	0.100 (0.013)	-0.037 (0.012)	1.152
43	0.804 (0.031)	0.235 (0.022)	1.039 (0.053)	0.775 (0.018)	-0.003 (0.013)	0.088 (0.012)	1.295
44	0.804 (0.030)	0.192 (0.019)	0.996 (0.049)	0.708 (0.018)	0.154 (0.011)	0.074 (0.012)	1.161
45	0.735 (0.057)	0.248 (0.038)	0.983 (0.095)	0.755 (0.021)	0.079 (0.018)	-0.003 (0.024)	1.200
46	0.724 (0.055)	0.192 (0.035)	0.916 (0.090)	0.678 (0.021)	0.256 (0.018)	-0.010 (0.023)	1.070
47	0.794 (0.060)	0.206 (0.038)	0.999 (0.098)	0.692 (0.022)	0.189 (0.019)	0.023 (0.024)	1.136
48	0.850 (0.069)	0.176 (0.044)	1.025 (0.113)	0.718 (0.026)	0.106 (0.020)	0.092 (0.026)	1.213
49	0.689 (0.034)	0.174 (0.027)	0.862 (0.061)	0.769 (0.015)	0.092 (0.015)	-0.027 (0.015)	1.161
50	0.727 (0.041)	0.217 (0.025)	0.944 (0.066)	0.691 (0.017)	0.205 (0.016)	0.013 (0.015)	1.116
51	0.696 (0.034)	0.234 (0.020)	0.930 (0.055)	0.720 (0.015)	0.162 (0.015)	-0.062 (0.015)	1.134
52	0.761 (0.037)	0.205 (0.026)	0.966 (0.063)	0.750 (0.016)	0.062 (0.014)	0.050 (0.015)	1.232
53	0.667 (0.071)	0.199 (0.046)	0.866 (0.117)	0.692 (0.028)	0.235 (0.031)	-0.044 (0.034)	1.079
54	0.815 (0.074)	0.253 (0.043)	1.068 (0.117)	0.733 (0.029)	0.035 (0.033)	0.090 (0.035)	1.302
55	0.677 (0.078)	0.209 (0.046)	0.886 (0.124)	0.708 (0.031)	0.185 (0.034)	-0.041 (0.037)	1.120
56	0.831 (0.078)	0.256 (0.049)	1.087 (0.127)	0.647 (0.031)	0.176 (0.033)	0.107 (0.037)	1.216
57	0.723 (0.027)	0.253 (0.036)	0.977 (0.063)	0.711 (0.017)	0.093 (0.011)	0.054 (0.016)	1.244
58	0.773 (0.025)	0.318 (0.021)	1.090 (0.046)	0.599 (0.017)	0.198 (0.011)	0.063 (0.016)	1.255

Jednym z celów niniejszego opracowania jest m.in. ocena efektywności kosztowej badanych oddziałów. Do pomiaru efektywności wykorzystano zmienną $r_i = \exp(-z_i)$, której wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori prezentuje poniższa tabela, zawierająca dodatkowo informacje o parametrze specjalizacji oddziału (w_{i2}), jego wielkości (w_{i3}) oraz strukturze organizacyjnej (w_{i4}) oraz o $\lambda_i = \phi_1 \cdot \phi_2^{-w_{i2}} \cdot \phi_3^{-w_{i3}} \cdot \phi_4^{-w_{i4}}$, czyli o wartości oczekiwanej warunkowego wykładniczego rozkładu nieefektywności z_i . Przeciętny oddział

charakteryzuje się efektywnością na poziomie 0.928% (± 0.018) co oznacza, że tylko ponad 7% ponoszonego kosztu jest kosztem nadwyżkowym, nieuzasadnionym ani cenami czynników, ani wielkościami produktów czy też nakładem czynnika stałego. W przypadku oddziału o numerze 58 (najmniej efektywnego) aż około 30% obserwowanego kosztu zmiennego stanowi koszt nadwyżkowy (w modelu z jednym zagregowanym produktem $Q=Q_1+Q_2$ nadwyżkowy koszt tego oddziału wynosił 25%; zob. Marzec [2000]). Natomiast oddział 57 jest praktycznie w pełni efektywną, wzorcową placówką bankową, gdyż wartość oczekiwana a posteriori miernika efektywności wynosi 0.994 (przy odchyleniu standardowym 0.006). Średnie wartości oczekiwane mierników efektywności dla poszczególnych grup oddziałów (ze względu na zmienne w_{ij}) nie wskazują jednoznacznie na istnienie istotnej zależności między wyróżnionymi trzema zmiennymi dychotomicznymi a zróżnicowaniem efektywności między oddziałami. Dodatkowo odchylenia standardowe są relatywnie duże w stosunku do ewentualnych zróżnicowania mierników efektywności. Dopiero użycie odpowiednich narzędzi statystycznych, w tym przypadku podzbiorów (przedziałów) o największej gęstości a posteriori (ang. *subsets of the highest posterior density*; H.P.D. *subsets*, zob. Box, Tiao [1973]) oraz bayesowskiego odpowiednika testu F, pozwoliło na uzyskanie bardziej precyzyjnych wyników (zob. Marzec [2000]). W efekcie uzyskano rezultaty, które wskazywały przede wszystkim na usunięcie z omawianego modelu VED dwóch zmiennych: w_{i3} i w_{i4} , informujących odpowiednio o skali prowadzonej działalności i fakcie posiadania przez oddział filii świadczących pełny zakres usług bankowych. Powtórna estymacja zredukowanego modelu umocniła rolę specjalizacji oddziału jako egzogenicznego czynnika wyjaśniającego zróżnicowanie efektywności oddziałów, w efekcie oddziały kredytowe ($w_{i2}=1$) charakteryzują się średnio wyższą efektywnością niż oddziały mające nadwyżkę depozytów nad kredytami.

Tabela 5. Wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori wskaźników efektywności modelu VED.

i	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	$E(\lambda_i/y, X, W)$	$D(\lambda_i/y, X, W)$	$E(r_i/y, X)$	$D(r_i/y, X)$
1	1	1	1	0.067	0.033	0.883	0.034
2	0	1	0	0.109	0.032	0.834	0.029
3	0	1	0	0.109	0.032	0.934	0.044
4	0	1	1	0.126	0.060	0.875	0.020
5	0	1	0	0.109	0.032	0.858	0.021
6	0	1	0	0.109	0.032	0.955	0.021
7	0	1	0	0.109	0.032	0.991	0.009
8	0	1	0	0.109	0.032	0.834	0.017
9	0	1	1	0.126	0.060	0.978	0.018
10	0	1	0	0.109	0.032	0.917	0.017
11	0	1	0	0.109	0.032	0.874	0.019
12	0	1	1	0.126	0.060	0.954	0.025
13	0	1	0	0.109	0.032	0.882	0.017
14	1	1	0	0.059	0.022	0.895	0.052
15	0	1	1	0.126	0.060	0.841	0.014
16	0	1	0	0.109	0.032	0.964	0.018
17	1	1	0	0.059	0.022	0.980	0.013
18	0	1	0	0.109	0.032	0.980	0.018

i	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	$E(\lambda_i/y, X, W)$	$D(\lambda_i/y, X, W)$	$E(r_i/y, X)$	$D(r_i/y, X)$
19	0	1	0	0.109	0.032	0.859	0.016
20	0	1	0	0.109	0.032	0.879	0.020
21	0	1	0	0.109	0.032	0.983	0.012
22	1	1	0	0.059	0.022	0.896	0.014
23	0	1	0	0.109	0.032	0.973	0.021
24	1	1	1	0.067	0.033	0.925	0.015
25	0	0	0	0.104	0.030	0.905	0.015
26	0	0	0	0.104	0.030	0.958	0.023
27	0	0	0	0.104	0.030	0.844	0.013
28	0	0	1	0.126	0.076	0.915	0.021
29	0	0	0	0.104	0.030	0.911	0.017
30	1	0	0	0.054	0.013	0.902	0.020
31	0	0	0	0.104	0.030	0.972	0.014
32	0	0	0	0.104	0.030	0.938	0.017
33	1	0	0	0.054	0.013	0.945	0.018
34	0	0	0	0.104	0.030	0.937	0.016
35	1	0	0	0.054	0.013	0.949	0.015
36	0	0	0	0.104	0.030	0.936	0.016
37	1	0	0	0.054	0.013	0.850	0.013
38	1	0	0	0.054	0.013	0.954	0.014
39	1	0	0	0.054	0.013	0.966	0.016
40	1	0	0	0.054	0.013	0.940	0.018
41	1	0	0	0.054	0.013	0.934	0.024
42	1	0	0	0.054	0.013	0.940	0.020
43	1	0	0	0.054	0.013	0.966	0.017
44	1	0	0	0.054	0.013	0.988	0.009
45	1	0	0	0.054	0.013	0.985	0.012
46	1	0	0	0.054	0.013	0.982	0.013
47	1	0	0	0.054	0.013	0.978	0.013
48	1	0	0	0.054	0.013	0.943	0.015
49	1	0	0	0.054	0.013	0.924	0.020
50	1	0	0	0.054	0.013	0.984	0.011
51	1	0	0	0.054	0.013	0.933	0.018
52	1	0	0	0.054	0.013	0.958	0.014
53	1	0	0	0.054	0.013	0.885	0.017
54	1	0	0	0.054	0.013	0.972	0.018
55	1	0	0	0.054	0.013	0.988	0.010
56	1	0	0	0.054	0.013	0.993	0.007
57	1	0	0	0.054	0.013	0.994	0.006
58	1	0	0	0.054	0.013	0.697	0.023
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=1, w_{i3}=1$ i $w_{i4}=1$						0.904	0.024
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=0, w_{i3}=0$ i $w_{i4}=0$						0.925	0.016
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=1, w_{i3}=0$ i $w_{i4}=0$						0.942	0.015
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=0, w_{i3}=1$ i $w_{i4}=0$						0.915	0.020
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=0, w_{i3}=0$ i $w_{i4}=1$						0.915	0.021
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=1, w_{i3}=1$ i $w_{i4}=0$						0.924	0.026
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=0, w_{i3}=1$ i $w_{i4}=1$						0.912	0.019
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=1$						0.938	0.017
Średnia dla oddziałów z $w_{i2}=0$						0.917	0.019
Średnia dla oddziałów z $w_{i3}=1$						0.914	0.021
Średnia dla oddziałów z $w_{i3}=0$						0.937	0.016

i	w_{i2}	w_{i3}	w_{i4}	$E(\lambda_i/y, X, W)$	$D(\lambda_i/y, X, W)$	$E(r_i/y, X)$	$D(r_i/y, X)$
Średnia dla oddziałów z $w_{i4}=1$						0.910	0.021
Średnia dla oddziałów z $w_{i4}=0$						0.930	0.017
Średnia dla oddziałów						0.928	0.018

5. Podsumowanie

W niniejszym opracowaniu przedstawiono najważniejsze wyniki krótkookresowej analizy efektywności kosztowej oddziałów dużego polskiego banku. W tym celu zastosowano bayesowski model efektów losowych o zmiennym rozkładzie efektywności dla danych przekrojowo-czasowych. Wykorzystano translogarytmiczną postać dla funkcji kosztu, co pozwoliło m.in. na dokonanie charakterystyki technologii każdego oddziału (poprzez wyliczenie elastyczności i efektu skali produkcji). Większość oddziałów wykazuje rosnący efekt skali produkcji, zatem z ekonomicznego punktu widzenia powinny one dążyć do zwiększenia produkcji, czyli wolumenu udzielonych kredytów. Średnia efektywność badanych oddziałów kształtowała się na poziomie około 93%, co jest wynikiem dość wysokim, ale jest także wskazówką, iż ewentualnej obniżki kosztów należy także szukać w poprawie efektywności oddziałów mniej efektywnych. Pomiar efektywności oraz ranking oddziałów może być w praktyce wykorzystany przez kierownictwo banku m.in. przy konstruowaniu szczegółowych planów działalności operacyjnej i rozwoju oddziałów bankowych.

W podsumowaniu należy stwierdzić, że podejście bayesowskie do estymacji modeli granicznych pozwoliło na uzyskanie bardzo wielu interesujących, cennych i statystycznie istotnych informacji zarówno o charakterze technologii, jak i poziomie efektywności kosztowej oddziałów badanego banku. Zastosowanie podejścia klasycznego byłoby możliwe za cenę dodatkowych, często bardzo upraszczających założeń.

Bibliografia

- Aigner, D., C.A.K. Lovell, P. Schmidt [1977], Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models, *Journal of Econometrics*, vol. 6.
- Beckers, D.E., C.J. Hammond [1987], A tractable likelihood function for the normal-gamma stochastic frontier model, *Economics Letters*, vol. 24.
- Berg, S.A, F.R. Forsund, L. Hjalmarsson, M. Souminen [1993], Banking efficiency in the Nordic countries, *Journal of Banking and Finance*, vol. 17.
- Berger, A. N. [1993], 'Distribution-free' estimates of efficiency in the U.S. banking industry and tests of the standard distributional assumptions, *The Journal of Productivity Analysis*, vol. 4.
- Box, G., G. Tiao [1973], *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading.
- Van den Broeck, J., G. Koop, J. Osiewalski, M.F.J. Steel [1994], Stochastic frontier models: A Bayesian perspective, *Journal of Econometrics*, vol. 61.

- Casella, G., E. George [1992], Explaining the Gibbs Sampler, The American Statistician, vol. 46.
- Cebenoyan, A.S., E.S. Cooperman, C.A. Register, S.C. Hudgins [1992], The relative efficiency of stock versus Mutual S&Ls: A stochastic cost frontier approach, Journal of Financial Services Research, vol. 7.
- Christensen, L.R., D. Jorgenson, L. Lau [1973], Transcendental Logarithmic Production Frontiers, The Review of Economics and Statistics, vol. 55.
- Färe, R., D. Promont [1993], Measuring the efficiency of multiunit banking: An activity analysis approach, Journal of Banking and Finance, vol. 17.
- Grabowski, R., N. Ragan, R. Rezvanian [1993], Organizational forms in banking: An empirical investigation of cost efficiency, Journal of Banking and Finance, vol. 17.
- Greene, W.H. [1980], Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions, Journal of Econometrics, vol. 13.
- Greene, W.H. [1990], A gamma-distributed stochastic frontier model, Journal of Econometrics, vol. 46.
- Jondrow, J., C.A.K. Lovell, I. Materov, P. Schmidt [1982], On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model, Journal of Econometrics, vol. 19.
- Kaparakis, E., S. M. Miller, A.G. Noulas [1994], Short-run cost inefficiency of commercial banks: A flexible stochastic frontier approach, Journal of Money, Credit, and Banking, vol. 26.
- Koop, G., J. Osiewalski, M.F.J Steel [1994], Bayesian efficiency analysis with a flexible form: The AIM cost function, Journal of Business and Economic Statistics, vol. 12.
- Koop, G., J. Osiewalski, M.F.J Steel [1997], Hospital efficiency analysis with individual effects: A Bayesian approach, Journal of Econometrics, vol. 76, s. 77-105.
- Kopczewski, T. [1999], Racjonalność zachowań banków komercyjnych w Polsce w latach 1994-97, maszynopis pracy doktorskiej, Uniwersytet Warszawski.
- Kraft, E., D. Tirtiroglu [1998], Bank efficiency in Croatia: A stochastic-frontier Analysis, Journal of Comparative Economics, vol. 26.
- Marzec, J. [1999], Produkty, czynniki produkcji i funkcja kosztów w badaniach efektywności kosztowej banków, Ekonomista, nr 3.
- Marzec, J. [2000], Ekonometryczna analiza efektywności kosztów w bankach komercyjnych, maszynopis pracy doktorskiej, Akademia Ekonomiczna w Krakowie.
- Marzec, J., Osiewalski J. [1996-1997], Pomiar efektywności kosztowej banków: zarys metodologii, Folia Economica Cracoviensia, nr 39-40.
- Meeusen, W., J. van den Broeck [1977], Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error, International Economic Review, vol. 8.
- Mester, L.J. [1993], Efficiency in the savings and loan industry, Journal of Banking and Finance, vol. 17.
- Muldur, U., Sassenou M. [1993], Economies of scale and scope in French banking and savings institutions, Journal of Productivity Analysis, vol. 4.
- Osiewalski, J., J. Marzec [1998a], Nowoczesne metody Monte Carlo w bayesowskiej analizie efektywności kosztowej banków, Zastosowania rozwiązań informatycznych w bankowości (materiały konferencyjne pod red. A. Gospodarowicza), Prace Naukowe AE we Wrocławiu, nr 797, s.182-195.
- Osiewalski, J., J. Marzec [1998b], Bayesowska analiza efektywności kosztowej oddziałów banku: założenia i wyniki, Prognozowanie w zarządzaniu firmą (materiały konferencyjne pod red. M. Cieślak i D. Kwiatkowskiej-Ciotuchy), Prace Naukowe AE we Wrocławiu, nr 808, s.24-33.
- Panzar, J.C., R.D. Willig [1977], Economies of scale in multi-output production, Quarterly Journal of Economics, vol. 91.
- Pitt, M., L.F. Lee [1981], The measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry, Journal of Development Economics, vol. 9.
- Rogowski, G. [1998a], Analiza efektywności oddziałów banku, Bank, nr 1.
- Rogowski, G. [1998b], Metody analizy: oceny banku na potrzeby zarządzania strategicznego, Wyższa Szkoła Bankowości, Poznań.
- Schmidt, P., R. Sickles [1984], Production frontiers and panel data, Journal of Business and Economic Statistics, vol. 2.

- Sealey, C.W., J.T. Lindley [1977], Inputs, outputs, and a theory of production and cost at depository financial institutions, Journal of Finance, vol. 32.
- Stevenson, R.E. [1980], Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation, Journal of Econometrics, vol. 13.
- Tierney, L. [1994], Markov chains for exploring posterior distributions, Annals of Statistics, vol. 22.
- Zardokoohi, A., J. Kolari [1994], Branch office economies of scale and scope: Evidence from savings banks in Finland, Journal of Banking and Finance, vol. 18.