

**Jerzy Marzec**

**(Katedra Ekonometrii Akademii Ekonomicznej w Krakowie)**

**Produkty, czynniki produkcji i funkcja kosztów  
w badaniach efektywności kosztowej banków<sup>1</sup>**

**Kraków, marzec 1999**

---

<sup>1</sup> Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr 1-H02B-015-11, finansowanego przez Komitet Badań Naukowych. Autor pragnie wyrazić wdzięczność Profesorowi Jackowi Osiewalskiemu za uwagi i dyskusje.

## Wstęp

W empirycznej analizie procesu produkcyjnego przy pomocy funkcji kosztów kluczowym elementem jest określenie czynników produkcji i produktów oraz pomiar kosztu, produkcji i cen czynników. Jako czynniki produkcji w przypadku przedsiębiorstw produkcyjnych przyjmuje się siłę roboczą (kapitał ludzki) i majątek trwały (kapitał fizyczny), których zaangażowanie wyraża się zwykle w przybliżeniu liczbą zatrudnionych i wartością majątku. Produkcję przedsiębiorstw wyraża się w jednostkach fizycznych, np. dla fabryki samochodów liczbą wyprodukowanych aut. W przypadku banków określenie tych wielkości i ich pomiar nie jest sprawą oczywistą. Niniejsze opracowanie przedstawia i systematyzuje dyskusję, jaka toczyła się i trwa nadal, na temat określenia czynników produkcji i pomiaru produktów dla banków i innych instytucji finansowych. Dyskusja dotyczy roli depozytów i sposobu pomiaru produkcji. Depozyty traktowane są albo jako trzeci obok wspomnianych czynnik produkcji (tzw. kapitał finansowy), bądź jako produkt banku obok kredytów. Proponuje się pomiar produkcji poprzez wartość udzielonych kredytów (i innych pożyczonych pieniędzy) bądź poprzez liczbę rachunków depozytowych i kredytowych.

Część pierwsza omawia specyfikację mikroekonomicznej funkcji kosztów firmy maksymalizującej zysk. Część druga prezentuje podejście Sealeya i Lindleya do problemu określenia czynników produkcji i produktów instytucji finansowych i pomiaru tych wielkości. W części następnej konfrontuje się te dwa podejścia, które są obecnie stosowane w badaniach empirycznych. Część czwarta stanowi ilustrację empiryczną zagadnienia efektywności kosztowej banku na przykładzie oddziałów jednego z polskich banków. W oparciu o wypracowaną metodologię podjęto się określenia czynników produkcji i ich cen oraz klasyfikacji produktów w sensie ekonomicznym w przypadku polskich banków komercyjnych (a w szczególności oddziałów banku komercyjnego).

## 1. Specyfikacja mikroekonomicznej funkcji kosztów dla firm i instytucji finansowych

W modelu opisującym działalność firmy zasadniczą rzeczą jest określenie celów oraz warunków ograniczających jej działalność, narzucanych przez otoczenie. Mikroekonomiczny model przedsiębiorstwa jako układ założeń przedstawia zachowanie się firmy, która działając przy pewnych ograniczeniach nałożonych przez konkurencję, rynek konsumentów oraz przyrodę i dostępne technologie realizuje swój cel - maksymalizację zysku. Jest on rozumiany jako różnica między przychodem a kosztem jego uzyskania. Dążąc do jego realizacji przedsiębiorstwo określa m.in. rozmiary (skalę) produkcji i decyduje o jej strukturze. Ograniczenia ze strony przyrody i technologii dotyczą sposobów wytwarzania produkcji z dostępnych czynników produkcji. Niech wektor  $Q=(Q_1, \dots, Q_G) \in R^G_+$  oznacza wektor otrzymanych (np.  $G$ ) produktów w wyniku zaangażowania w procesie produkcyjnym  $H$  czynników produkcji, których nakłady reprezentuje wektor  $x=(x_1, \dots, x_H) \in R^H_+$ . Ograniczenia technologiczne są opisywane przez zbiór produkcyjny  $\{x, Q\}$  (ang. *production possibility set* lub *technology set*), obejmujący technologicznie wykonywalne sposoby produkcji (możliwe kombinacje nakładów czynników i wyników (produktów)). W analizie procesu produkcji (budując model matematyczny) często dla uproszczenia przyjmuje się, że firma wytwarza jeden produkt bądź produkcję wyraża się w postaci agregatu mierzonego w jednostkach pieniężnych. W tym przypadku funkcja opisująca ten zbiór  $\{x, Q\}$  nazywana jest mikroekonomiczną funkcją produkcji  $f(x_1, \dots, x_H)$  lub graniczną funkcją produkcji (ang. *frontier production function*) i wyraża maksymalną produkcję  $Q$  możliwą do uzyskania z danych wielkości nakładów czynników  $x_1, \dots, x_H$ . Problemy wyboru przez firmę wielkości nakładów czynników ekonomicznie niezbędnych do uzyskania produkcji  $Q$  (czyli wyboru metod wytwarzania) gwarantujących minimalny koszt oraz wielkości produkcji maksymalizującej zysk po najniższym koszcie (wyboru planów produkcji) ujęte są za pomocą modelu minimalizacji kosztu i maksymalizacji zysku.

W obu modelach zakłada się, że firma napotyka na ograniczenia rynkowe - ceny używanych czynników i wyrobów gotowych są egzogeniczne (określone przez rynek), na którym żadna z firm nie ma pozycji dominującej. W przypadku, gdy rozważa się jeden

produkt  $Q$  i  $H$  czynników produkcji o ustalonych cenach  $w_1, \dots, w_H$  problem minimalizacji kosztów polega na znalezieniu nakładów czynników  $x_1, \dots, x_H$ , które minimalizują koszt całkowity ( $TC = x_1 \cdot w_1 + \dots + x_H \cdot w_H$ ) wytworzenia danego poziomu produkcji  $Q = f(x_1, \dots, x_H)$ , gdzie  $Q$  to zadana (ustalona) wielkość produkcji. Rozwiązanie problemu, czyli minimalny koszt całkowity niezbędny do osiągnięcia pożądanego poziomu produkcji  $Q$ ,  $c(w_1, \dots, w_H, Q)$ , jest funkcją cen czynników i wielkości produkcji  $Q$ . Różne kombinacje (warianty) nakładów czynników produkcji  $x_1(w_1, \dots, w_H, Q), \dots, x_H(w_1, \dots, w_H, Q)$  zapewniające firmie minimalny koszt całkowity, określane jako warunkowe funkcje popytu na czynniki również zależą od cen czynników i poziomu produkcji. Przedstawiony wyżej model dotyczy sytuacji, gdy firma minimalizująca koszt mogła zmieniać nakłady wszystkich czynników produkcji. Otrzymana funkcja kosztu  $c(w_1, \dots, w_H, Q)$  nazywana jest wówczas długookresową funkcją kosztu. Odzwierciedla ona minimalny koszt całkowity wytworzenia danego poziomu produkcji  $Q$  przy dostosowaniu wszystkich czynników produkcji. Problem maksymalizacji zysku firmy, gdy ma swobodę wyboru poziomu wszystkich ponoszonych nakładów w długim okresie, polega na wyborze takiej skali produkcji, która gwarantuje maksymalny zysk, tj. największą różnicę między przychodem a kosztem jego uzyskania. Zapisuje się go następująco:

$$\max_Q [p \cdot Q - c(w_1, \dots, w_H, Q)],$$

gdzie  $p$  jest ceną produktu w przypadku produkcji jednoasortymentowej lub średnioważoną ceną wielu produktów, gdy  $Q$  jest agregatem produkcji wyrażonym w jednostkach pieniężnych.

Jeżeli w badanym (zazwyczaj krótkim) okresie zaangażowanie chociaż jednego z czynników produkcji, np.  $H$ -tego, nie podlega zmianie, to minimalny koszt wytworzenia  $G$  produktów o wielkości  $Q_1, \dots, Q_G$  przy zmianie jedynie czynników (zmiennych) podlegających optymalizacji ( $x_1, \dots, x_{H-1}$ ) jest rozwiązaniem zagadnienia:

$$\min_{x_1, \dots, x_{H-1}} [x_1 \cdot w_1 + \dots + x_{H-1} \cdot w_{H-1} + \bar{x}_H \cdot w_H] \text{ przy warunku } T(Q_1, \dots, Q_G, x_1, \dots, x_{H-1}, \bar{x}_H) = 0,$$

gdzie  $\bar{x}_H$  to zaangażowanie czynnika stałego, nie podlegającego optymalizacji. Otrzymane rozwiązanie jest funkcją wszystkich cen czynników  $w_1, \dots, w_H$ , wielkości produktów  $Q_1, \dots, Q_G$  i dodatkowo nakładów czynnika stałego  $\bar{x}_H$  i nosi nazwę krótkookresowej funkcji kosztu całkowitego (ang. *short-run total cost*). Na koszt całkowity,  $c^s(w_1, \dots, w_H, Q_1, \dots, Q_G, \bar{x}_H)$ ,

składa się koszt zmienny  $c^s_v(w_1, \dots, w_{H-1}, Q_1, \dots, Q_G, \bar{x}_H)$  równy

$\sum_{i=1}^{H-1} (w_i \cdot x_i(w_1, \dots, w_{H-1}, Q_1, \dots, Q_G, \bar{x}_H))$  i koszt stały  $c^s_c(\bar{x}_H, w_H) = \bar{x}_H \cdot w_H$ . Zatem

krótkookresowa funkcja kosztu zmiennego ( $c^s_v(\bullet)$ ; ang. *short-run variable cost*) jest funkcją jedynie cen czynników zmiennych, wielkości produktów oraz zaangażowania czynnika bądź czynników stałych. Problem maksymalizacji zysku w krótkim okresie może być zapisany następująco:

$$\begin{aligned} \max_{Q_1, \dots, Q_G} \left[ \sum_{i=1}^G p_i \cdot Q_i - c^s_v(w_1, \dots, w_H, Q_1, \dots, Q_G, \bar{x}_H) \right] = \\ \max_{Q_1, \dots, Q_G} \left[ \sum_{i=1}^G p_i \cdot Q_i - c^s_v(w_1, \dots, w_{H-1}, Q_1, \dots, Q_G, \bar{x}_H) \right] - w_H \cdot \bar{x}_H \end{aligned}$$

Zatem warunkiem koniecznym dla maksymalizacji zysku jest minimalizacja kosztu zmiennego.

Mikroekonomiczna (tzw. graniczna) funkcja kosztów, otrzymana jako rozwiązanie problemu minimalizacji kosztów, ma szerokie zastosowanie w analizie empirycznej kosztów firmy. Jednym z obszarów jej wykorzystania jest analiza efektywności kosztowej firm należących do jednej branży, a więc dysponujących lub mających swobodny dostęp do tej samej technologii, np. instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych). Analiza efektywności kosztowej umożliwia stwierdzenie, czy przy danych cenach czynników produkcji (ewentualnie także nakładach czynników stałych) firma ponosi minimalny koszt całkowity (lub zmienny) wytworzenia określonego poziomu produkcji lub wektora produktów. Innymi słowy, bada się czy dana wielkość produkcji została osiągnięta przy odpowiedniej skali i strukturze nakładów tych czynników. Jeżeli przedsiębiorstwo ponosi większy koszt niż wynika on z mikroekonomicznej (granicznej) funkcji kosztu, to spowodowane jest to nieefektywnością kosztową - alokacyjną lub techniczną (zob. Marzec i Osiewalski [1996-97]). Nieefektywność techniczna ma miejsce, gdy występują odchylenia *in minus* obserwowanego poziomu produkcji od mikroekonomicznej funkcji produkcji. Natomiast nieefektywność alokacyjna polega na tym, że struktura nakładów czynników produkcji nie odpowiada relacji ich cen rynkowych.

Empiryczne badania efektywności prowadzi się w oparciu o modele ekonometryczne (podejście parametryczne), bądź o modele deterministyczne (podejście nieparametryczne)

stosując techniki programowania liniowego<sup>2</sup> (zob. Berg, Forsund, Hjalmarsson i Souminen [1993], Ferrier i Lovell [1990], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Hassan, Grabowski, Pasurka i Ragan [1990], Rangan, Grabowski, Aly i Pasurka [1988], Sherman i Gold [1985]). Modele te buduje się tak, aby w sposób uproszczony, lecz właściwy ujmowały podstawowe założenia związane z mikroekonomicznym opisem procesu produkcyjnego firmy.

W polskiej literaturze naukowej, zarówno statystyczno-ekonometrycznej jak i bankowej niewiele jest pozycji poświęconych metodologicznym aspektom i badaniom empirycznym z zakresu efektywności technicznej czy kosztowej banków (i firm w ogóle). Najczęściej do porównań banków i oceny ich działalności stosuje się tradycyjne metody taksonomiczne lub analizy wskaźnikowe (np. Grabczan [1995], Tarczyński [1998], Capiga, Kurzak [1998]). Dopiero ostatnio na łamach czasopism *Bank i Kredyt* i *Bank* ukazały się popularyzatorskie artykuły przeglądowe G. Rogowskiego na temat analizy efektywności oddziałów banku. Rogowski wskazał na ogromną potrzebę pomiaru i porównań efektywności ekonomicznej oddziałów, co może „*stanović cenne uzupełnienie tradycyjnych metod analiz wskaźnikowych stosowanych przez banki*”. Uważa on, że zastosowanie metod ekonometrycznych „*umożliwi między innymi obiektywizację kryteriów oceny oddziałów*” (Rogowski [1996], [1998a], [1998b]).

Według metodologii ekonometrycznej, problem efektywności (technicznej lub kosztowej) formułuje się zwykle za pomocą modelu jednorównaniowego składającego się z odpowiednio wyspecyfikowanej mikroekonomicznej funkcji produkcji lub kosztów (dla logarytmów tych zmiennych) oraz dwóch składników losowych, z których jeden (symetryczny względem zera) odzwierciedla efekt czynników przypadkowych i błędów pomiaru, zaś drugi (asymetryczny i stałego znaku) modeluje potencjalną nieefektywność. W literaturze określa się je jako tzw. stochastyczne modele graniczne (ang. *stochastic frontier models*) i zostały zaproponowane przez Aignera, Lovella i Schmidta [1977] oraz Meeusena i van den Broecka [1977]. Dalszego rozwoju tej metodologii, prezentowanej głównie na łamach *Journal of Econometrics*, dokonali m. in. Stevenson [1980], Pitt i Lee [1981], Jondrow, Lovell, Materov i Schmidt [1982], Schmidt i Sickles [1984], Beckers i Hammond [1987], Greene [1980], van den Broeck, Koop, Osiewalski i Steel [1994] oraz Koop, Osiewalski i Steel [1994], [1997].

---

<sup>2</sup> podstawową metodą jest tzw. DEA (*Data Envelopment Analysis*).

Wykorzystanie tych modeli w zagadnieniach badania efektywności kosztowej banków prezentowane jest w czołowej specjalistycznej literaturze, głównie na łamach *Journal of Banking and Finance*, *Journal of Money, Credit and Banking* oraz *Journal of Productivity Analysis* (zob. Berger, Hancock i Humphrey [1993], Berger, Hancock i Humphrey [1987], Cebenoyan, Cooperman, Register i Hudgins [1993], Dietsch [1993], English, Grosskopf, Hayes i Yaiswarng [1993], Ferrier i Lovell [1990], Hughes i Mester [1993], Humphrey [1985], [1993], Kaparakis, Miller i Noulas [1994], Kim [1986], Lawrence [1989], Mester [1987], [1993], Muldur i Sassenou [1993], Noulas, Subhash i Miller [1990], Zardokoohi i Kolari [1994]).

Najprostszy jednorównaniowy model stochastycznej granicznej długookresowej funkcji kosztów firmy może być w przypadku danych przekrojowych sformułowany następująco (dla logarytmu kosztu):

$$\ln TC_i = \ln c(W_i, Q_i; B) + u_i + v_i, \quad (1)$$

gdzie:  $i=1, \dots, N$  - numer firmy,

$TC_i$  (Total Cost) - obserwowany koszt całkowity  $i$ -tej firmy,

$Q_i$  - wektor  $G \times 1$  produktów  $i$ -tej firmy,

$W_i$  - wektor  $H \times 1$  cen czynników produkcji dla  $i$ -tej firmy,

$B$  - wektor parametrów,

$c(W_i, Q_i; B)$  - graniczna funkcja kosztów.

Zakłada się, że  $u_i$  i  $v_i$  są niezależnymi zmiennymi losowymi, przy czym:

- $u_i$  są to składniki wyrażające nieefektywność badanych firm, o rozkładach niezależnych i o wartościach wyłącznie nieujemnych ( $u_i \geq 0$ );
- $v_i$  są to symetryczne składniki losowe wyrażające wpływ czynników przypadkowych bądź błędów w pomiarze kosztów; zakłada się, że posiadają niezależne, identyczne rozkłady o zerowej wartości oczekiwanej, np.  $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ .

Obecnie w badaniach empirycznych z tego zakresu najczęściej używaną formą funkcyjną jest translogarytmiczna funkcja kosztów (ang. *translog cost function*). Otrzymuje się ją - dla logarytmu kosztów ( $\ln TC$ ) - poprzez aproksymację II rzędu dowolnej funkcji przynajmniej 3-krotnie różniczkowalnej w otoczeniu pewnego (dobranego arbitralnie) punktu. Wykorzystuje się również model kosztów Cobba-Douglasa, który formalnie stanowi

szczególny przypadek funkcji translogarytmicznej. Od strony statystycznej badanie efektywności kosztowej polega na estymacji nieznanymi parametrów stochastycznej granicznej funkcji kosztów, a następnie na pomiarze samej nieefektywności, a więc na estymacji (lub predykcji) składników  $u_i$ .

Z punktu widzenia zarówno mikroekonomicznej teorii opisu działalności instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych) jak i konkretnych badań empirycznych konieczne jest określenie czynników produkcji, produktów oraz pomiar tych wielkości i kosztu całkowitego. Specyfika procesu produkcji w bankach powoduje, że pojawia się szereg trudnych pytań. Dotyczą one tego czy np. depozyty - lokaty przyjmowane od różnych klientów banku - mają być traktowane jako produkty, czy jako czynniki produkcji. Czy produktem banku są szeroko pojęte usługi bankowe? W jaki sposób mierzyć produkcję czy poprzez liczbę rachunków, czy transakcji bankowych, a może przez ich wartość? Analiza charakteru procesu produkcyjnego w kontekście kryteriów podejmowania decyzji ekonomicznych instytucji finansowych pozwoli na określenie czynników produkcji banku i jego produktów. W następnej części pracy zostanie przedstawiona koncepcja produktów, czynników produkcji i kosztu instytucji finansowych w świetle mikroekonomicznej teorii firm, zaproponowana przez Sealeya i Lindleya w 1977 na łamach *The Journal of Finance* w pracy „*Inputs, outputs, and a theory of production and cost at depository financial institutions*”.

## **2. Czynniki produkcji i produkty instytucji finansowych wg Sealeya i Lindleya**

W literaturze bankowej dominują dwa różne podejścia do problemu ujęcia działalności (procesu produkcji) banku, które mają wpływ na sposób określenia czynników i produktów banku. Pierwsze podejście tzw. teoria portfela zakłada, że bank jest szczególnym przedsiębiorstwem, którego celem jest utrzymywanie równowagi między aktywami (kredytami) i pasywami (depozytami) uwzględniając płynność poszczególnych składników bilansu i dywersyfikację ryzyka. W tym podejściu depozyty i kredyty są traktowane jednakowo - jako produkty, a działalność banku jest rozważana z punktu widzenia działalności całego sektora finansowego. Banki (komercyjne) w ujęciu makroekonomicznym



traktuje się jako instytucje, które dokonują transformacji informacji, wielkości sumy pieniędzy, ryzyka i terminu przy przyjmowaniu wkładów i udzielaniu kredytów oraz pełnią rolę pośrednika, płatnika, agenta, gwaranta i instrumentu realizacji polityki gospodarczej rządu (Jaworski [1996]). Szczególną rolę w tym podejściu przywiązuje się do roli banku centralnego, który oddziałuje bezpośrednio na cały sektor bankowy poprzez operacje rynku otwartego, politykę redyskontową i procentową. Analizuje się bank z uwzględnieniem m.in. takich czynników zewnętrznych jak obowiązek odprowadzania przez bank rezerw obowiązkowych od przyjętych środków (od wszystkich podmiotów gospodarczych i osób fizycznych z wyłączeniem innych banków) czy konieczność posiadania zdolności kredytowej (płynności). Spojrzenie na bank z punktu widzenia całej gospodarki nie umożliwia jednak dokonania analizy sprawności, jakości działania i realizacji jego celów. Ponadto podejście to całkowicie pomija rolę ograniczeń w procesie podejmowania decyzji instytucji finansowej, które związane są z technologią i kosztami własnymi produkcji.

Alternatywne podejście, tzw. *real approach*, rozważa działalność banku w świetle mikroekonomicznej teorii firm (produkcyjnych) i uwzględnia rolę czynników pominiętych w podejściu portfelowym. Podejście to traktuje elementy otoczenia banku tj. działalność banku centralnego i obowiązujące uregulowania prawno-organizacyjne jako zewnętrzne warunki działania, które regulują działalność tych przedsiębiorstw.

Ujęcie działalności instytucji finansowych w świetle mikroekonomicznej teorii firm jest możliwe, jeżeli poprawnie określi się kluczowe elementy tej teorii, tzn. dokona się klasyfikacji czynników produkcji i produktów finansowych rozważając kryteria podejmowania decyzji ekonomicznych banków. W początkowych pracach z zakresu mikroekonomicznego modelowania działalności banków jako produkty najczęściej wymieniane były: aktywa całkowite, aktywa generujące dochód (*earning assets*), depozyty całkowite, depozyty na żądanie, liczba rachunków depozytowych i kredytowych, przychody operacyjne brutto i inne kombinacje tych mierników (zob. Sealey i Lindley [1977]). Różnorodność wymienionych wyżej produktów wskazuje, że określenie dla nich jednolitych miar nie było proste.

Podstawy obecnie stosowanej mikroekonomicznej klasyfikacji czynników i produktów instytucji finansowych (w tym banków komercyjnych) wykorzystywanych m.in. w badaniach

efektywności ekonomicznej stworzyli Sealey i Lindley. Przeprowadzona przez nich analiza obydwu aspektów procesu produkcyjnego instytucji finansowych: technicznego i ekonomicznego w kontekście kryteriów podejmowania decyzji przyczyniła się do stworzenia modelu depozytowo-kredytowego opisującego działalność banku, a w konsekwencji klasyfikacji czynników i produktów. W swym modelu przyjęli oni, że głównym celem działalności instytucji finansowych jest maksymalizacja zysku, a dywersyfikacja ryzyka i pozostałe ograniczenia organizacyjno-prawne stanowią wspólne dla każdego z podmiotów warunki ograniczające zakres podejmowanych decyzji. Rozważali działalność instytucji finansowych z punktu widzenia tych firm, a nie całej gospodarki. Dla łatwiejszego zrozumienia źródeł dokonanej przez nich klasyfikacji pomocne jest przedstawienie podstawowych terminów z teorii produkcji i odniesienie ich do instytucji finansowych ze zwróceniem szczególnej uwagi na rolę depozytów w procesie produkcji tych podmiotów.

Proces produkcyjny w sensie technicznym to (wg Frischa) proces transformacji kierowany przez człowieka; transformacja ta powoduje, że pewne dobra i/lub usługi wchodzi do procesu, w którym tracą swoją tożsamość, tzn. kończą istnienie w oryginalnej formie, podczas gdy tworzone są inne dobra lub usługi (Frisch [1965]). W przypadku instytucji finansowych proces transformacji polega na pozyskaniu pieniędzy od podmiotów mających nadwyżkę finansową i pożyczanie tych środków tym podmiotom gospodarczym, które mają ich deficyt (niedobór). Dla instytucji finansowych produktem w sensie technicznym jest wachlarz usług finansowych świadczonych deponentom i kredytobiorcom. Usługi te mogą być kategoryzowane jako:

- administrowanie płatnościami klientów (w przypadku banków komercyjnych, tzn. instytucji finansowych specjalizujących się w pozyskiwaniu depozytów płatnych deponentom na żądanie i udzielaniu kredytów komercyjnych),
- usługi pośrednictwa (*intermediation*) świadczone deponentom i kredytobiorcom (np. przyjmowanie lokat, udzielanie kredytów, gwarancji i poręczeń),
- inne usługi w postaci doradztwa finansowego i zarządzania finansami klientów instytucji finansowych.

Rozwój mikroekonomicznej teorii zachowania się firm przyniósł zmianę sposobu opisu (dotychczas tylko technicznego) procesu produkcji. Kluczowym elementem tej teorii było przyjęcie założenia, że proces produkcji ma dwa wymiary: jeden techniczny (proces

transformacji), a drugi ekonomiczny. Przez proces produkcji w sensie ekonomicznym rozumie się próbę stworzenia produktu, który posiada wyższą wartość niż oryginalne czynniki produkcji (Frisch [1965]).

Przyjęcie rozszerzonej definicji procesu produkcji powoduje, iż za produkty instytucji finansowych rozumiane w sensie ekonomicznym można uważać tylko te „produkty techniczne”, które mają wyższą wartość niż zaangażowane nakłady czynników produkcji (gdzie ich wartość wyrażona jest w cenach rynkowych). Pozwala to na właściwe ujęcie maksymalizacji zysku jako podstawowego kryterium działania: instytucja finansowa opierając się na własnych kosztach i przychodach - mierzonych w sposób jawny przez rynek - podejmuje decyzje o strukturze i skali produkcji. W tym kontekście usługi świadczone deponentom przez instytucje finansowe należy skojarzyć z nabywaniem ekonomicznych czynników produkcji. Koszt tych usług w postaci np. udostępniania skrytek bankowych, obrotu czekowego i kart płatniczych stanowi częściową zapłatę za dysponowanie środkami deponentów, choć nie rodzi bezpośrednich przychodów. Instytucje finansowe co prawda pobierają opłaty za te usługi (np. za wydanie karty płatniczej lub prowadzenie rachunku oszczędnościowo-rozliczeniowego), jednak zwykle nie pokrywają one rzeczywiście poniesionych kosztów związanych z tymi czynnościami. W sytuacji silnej konkurencji banki niekiedy rezygnują z tych opłat celem pozyskania i utrzymania dotychczasowych klientów. Koszty ponoszone w wyniku dostarczanych usług stanowią element całkowitych kosztów pozyskania środków pieniężnych. W konsekwencji koszt, który ponosi instytucja finansowa w celu pozyskania środków od deponentów składa się z niejawnych (ukrytych) kosztów zaangażowania kapitału, pracy ludzkiej i kosztów materiałowych związanych z produkcją usług świadczonych deponentom oraz jawnych kosztów odsetkowych od zdeponowanych przez nich środków.

W wyniku przeprowadzonej przez Sealeya i Lindleya analizy procesu produkcyjnego instytucji finansowych widać wyraźnie, iż z punktu widzenia tych firm jest on procesem wieloetapowym wymagającym półproduktów (*intermediate outputs*). W procesie tym środki pozyskane bezpośrednio od deponentów lub pośrednio na rynku międzybankowym (a przeznaczone na kredyty) i usługi świadczone przez instytucje finansowe przy użyciu kapitału, pracy i materiałowych czynników produkcji są użyte do wytworzenia aktywów

generujących przychód (ang. *earning assets*). Proces ten jest analogiczny do tego w przedsiębiorstwie produkcyjnym, w którym jeden wydział wytwarza półprodukty, które są bezpośrednio użyte jako czynnik produkcji w innym wydziale. Ostatecznie półprodukty powalają na uzyskanie finalnego produktu ekonomicznego: aktywów generujących przychód.

Właściwe pojęcie produktu - z punktu widzenia maksymalizacji zysku jako kryterium podejmowania decyzji instytucji finansowych - sprowadza się do usług świadczonych ich dłużnikom. Depozyty są traktowane jako czynniki produkcji, które wraz z kapitałem i pracą wytwarzają produkt bankowy wyrażony przez aktywa generujące przychód. Produkt ten proponuje się mierzyć poprzez wartość różnych typów tych aktywów wyrażoną w jednostkach pieniężnych, analogicznie jak w jednostkach fizycznych mierzy się produkcję firm produkcyjnych.

Proponowane podejście różni się od poprzednich, po pierwsze podejściem do roli depozytów, po drugie sposobem pomiaru produktów wyrażając ich wielkość w jednostkach pieniężnych. Inni badacze zajmujący się tym problemem, np. Pesek i Towey, swoje propozycje klasyfikacji czynników i produktów opierali na założeniu, że różnica między podmiotami niefinansowymi a finansowymi polega na tym, że produkty instytucji finansowych nie przynoszą bezpośrednich przychodów, lecz reprezentują realny koszt dla firmy. W konsekwencji traktowali oni m.in. depozyty na żądanie wyrażone wartościowo jako miarę produkcji banków komercyjnych (Pesek [1970] i Towey [1974]). Sealey i Lindley zakwestionowali sensowność tego założenia i wyjaśnili, że skupiając się na makroekonomicznych aspektach systemu bankowego można uzasadnić, iż operacje banków komercyjnych związane z koncentracją depozytów na żądanie są ważnym aspektem aktywności banków. Uważają oni jednak, że nie można używać tego rozumowania do usprawiedliwienia traktowania depozytów jako mikroekonomicznych produktów instytucji finansowych. Błąd tego podejścia można łatwo zrozumieć znajdując analogie w innych zagadnieniach ekonomii. Dla przykładu, ekonomiści pracy są zainteresowani określeniem równowagi na rynku pracy - podaży i popytu na pracę ludzką, lecz nie rozważają oni zatrudnionych w przedsiębiorstwach jako produktu tych firm. Ponieważ usługi świadczone deponentom przez instytucje finansowe (zwłaszcza przez banki komercyjne) przynoszą tym instytucjom korzyści w postaci dodatkowego przychodu (np. w postaci prowizji od operacji

gotówkowych), niektórzy ekonomiści uważają, że są one ich produktami. Oczywiście, w technicznym sensie banki produkują te usługi, ale w każdorazowej analizie otwartą kwestią pozostaje czy są one też produktami w sensie ekonomicznym.

Sealey i Lindley zwrócili uwagę na fakt, że mikroekonomiczna teoria zachowania się firm jest modelem, w którym bank zainteresowany jest przede wszystkim oceną jego aktywności przez rynek i maksymalizacją swego własnego zysku, a nie korzyściami jakie otrzymuje społeczeństwo. Tylko w tym kontekście należy dokonywać ekonomicznej klasyfikacji produktów bankowych. Uregulowania organizacyjne i prawne sektora finansowego odzwierciedlające jego makroekonomiczną rolę należy traktować w mikroekonomicznej analizie produkcji i kosztów jako warunki regulujące ich działalność (jako specyficzne i wspólne dla danej branży warunki ograniczające zakres podejmowanych decyzji).

W przypadku instytucji finansowych mikroekonomicznymi produktami są zatem różne kategorie aktywów generujących przychód (*earning assets*). Pomiaru produkcji dokonuje się poprzez wyrażenie różnych typów tych aktywów w jednostkach pieniężnych. Czynniki produkcji są: praca, kapitał i pozyskane przez bank środki pieniężne (w tym depozyty), których zaangażowanie mierzy się odpowiednio liczbą zatrudnionych, wartością składników majątku trwałego i wartością pozyskanych środków. Proces produkcji wg podejścia *real approach* polega „... na transformacji depozytów w kredyty, analogicznie jak w przemyśle motoryzacyjnym ze stali i innych surowców wytwarza się samochody” (zob. Dietsch [1993]).

### **3. Porównanie podejścia „produkcyjnego” i „intermediacyjnego”**

Obecnie badania empiryczne z zakresu analizy produkcji i kosztu banków oparte są o podejście *real approach*. Istnieją jednak dwa alternatywne sposoby określenia produktów i czynników produkcji, które mimo trwającej już od 20 lat dyskusji są równolegle stosowane. Pierwsze, historycznie wcześniejsze podejście „produkcyjne” (*production approach*) opiera się na definicji procesu produkcyjnego w sensie technicznym. Drugi sposób określenia

czynników i produktów oparty jest na definicji procesu produkcyjnego w sensie ekonomicznym i został zaproponowany przez Sealeya i Lindleya. W dzisiejszej literaturze podejście to najczęściej określa się jako „intermediacyjne” (*intermediation approach*; Berger i Humphrey [1991], English, Grosskopf, Hayes i Yaiswarng [1993], Mester [1993] używają określenia *assets approach*. O obu podejściach „produkcyjnym” i „intermediacyjnym” w kontekście empirycznych badań efektywności ekonomicznej piszą m.in: Berger, Hanweck i Humphrey [1987], Dietsch [1993], Ferrier i Lovell [1990], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Humphrey [1985], Kaparakis, Miller i Noulas [1994], Muldur i Sassenou [1993], Noulas, Subhash i Miller [1990]. Dalszy rozwój badań spowodował pojawianie się nowych koncepcji ekonomicznej definicji czynników i produktów banku: *user cost approach* i *value-added approach*, omówionych i poddanych krytyce m.in. w pracy Bergera i Humphreya [1982].

Podejście „produkcyjne” traktuje banki jako firmy, które używając kapitału i pracy produkują różne kategorie usług. Muldur i Sassenou [1993] dzieli te usługi na dwie grupy: pierwsze pozyskują środki pieniężne (depozyty na żądanie, depozyty terminowe, wkłady oszczędnościowe, itd.), drugie umożliwiają ich sprzedaż (jako kredyty, inwestycje, itp.). Obydwie kategorie usług traktowane są jako różne produkty, więc jako jednostkę miary do określenia wielkości ich produkcji używa się albo liczbę bankowych rachunków albo liczbę transakcji (operacji) bankowych. Produkt jest traktowany jako strumień, który jest wyrażony przez ilość produktu wytwarzanego w jednostce czasu. W analizie kosztu rozważa się wtedy jedynie koszty operacyjne będące pochodną liczby czynnych rachunków bankowych i operacji z nimi związanych, które wystąpiły w badanym okresie. Natomiast Humphrey [1985] traktuje banki jako podmioty, które produkują depozyty na żądanie, lokaty i wkłady oszczędnościowe, kredyty komercyjne, kredyty hipoteczne i ratalne przy użyciu kapitału fizycznego, ludzkiego i materiałów. Miarą produkcji jest liczba rachunków depozytowych i kredytowych, a na koszty całkowite składają się koszty produkcji wspomnianych pięciu produktów.

Pomiar produkcji różnych typów usług bankowych dokonuje się także poprzez wyrażenie jej przez liczbę rachunków bankowych (zob. Berger, Hanweck i Humphrey [1987], Ferrier i Lovell [1990], Humphrey [1985] i [1993], Lawrence [1989], Sherman i Gold [1985]). Natomiast Berg, Forsund, Hjalmarsson i Souminen [1993], Dietsch [1993], Kim [1986],

McAllister i McManus [1993], Rangan, Grabowski, Aly i Pasurka [1988] wyrażają produkt bankowy wartościowo, poprzez wartość rachunków depozytowych i kredytowych.

Podejście produkcyjne jest krytykowane m.in. ze względu na ignorowanie roli depozytów i innych pozyskanych przez bank środków jako czynników niezbędnych do finansowania kredytów i innych składników aktywów. Shaffer i Dawid [1986] przytaczają następujące argumenty za tym, aby depozyty traktowane były jako czynniki produkcji. Po pierwsze, depozyty generują koszt i nie rodzą przychodu zanim nie zostaną przeznaczone na kredyty i inne składniki aktywów. Po drugie depozyty są substytutami innych źródeł środków pieniężnych wykorzystywanych w produkcji kredytów i innych składników aktywów (należności banku). Ponadto proponowany sposób pomiaru produktu poprzez ilość rachunków ignoruje związki jakie istnieją między wielkością rachunku kosztem jego obsługi i utrzymania go przez bank. Wielkość środków na rachunkach i ilość transakcji mają wpływ na całkowite koszty wytworzenia tak rozumianego produktu. Tymczasem w podejściu produkcyjnym rozważając funkcję kosztów uwzględnia się tylko koszty operacyjne pomijając koszty odsetkowe od depozytów, co ma istotny wpływ m.in. na pomiar efektu skali.

Kolari i Zardkoohi [1987] w swej pracy poddają krytyce sposób mierzenia produktu za pomocą ilości rachunków, a nie wartościowo w jednostkach pieniężnych. Uważają, że użycie liczby rachunków nie może być poprawnym miernikiem produktu, ponieważ wszystkie rachunki nie powodują powstawania tych samych kosztów. Dla przykładu, aktywny rachunek depozytowy na żądanie może być bardziej kosztowny niż terminowy. Podobnie rachunek, na którym znajdują się duże środki, może pociągać za sobą mniejsze koszty niż rachunek o małych osadzie środków, lecz z dużą liczbą transakcji. Natomiast wyrażenie wielkości produktów w jednostkach pieniężnych nie ignoruje wieloproduktowej natury banków komercyjnych, ale pozwala na pomiar produkcji, w sytuacji szerokiego wachlarza usług bankowych, gdy rozważa się różne formy aktywności banków.

W podejściu „intermediacyjnym” traktuje się bank jako pośrednika między deponentami a kredytobiorcami, który dokonuje transformacji depozytów w kredyty. Zobowiązania banku stanowiąc surowiec do finansowania potencjalnych źródeł przychodu banku (kredytów, lokat w papiery wartościowe, akredytyw i innych pożyczonych środków), mają charakter czynników produkcji. Analogicznie aktywa banku mają własności produktów,

ponieważ ich użycie pozwala na uzyskanie bezpośrednich przychodów. Kredyty oraz inne należności (aktywa generujące przychód) są traktowane jako produkty bankowe, zaś depozyty i inne zobowiązania (kapitał finansowy) są obok kapitału fizycznego i ludzkiego czynnikami produkcji. Wartość rachunków kredytowych na określony moment czasu jest odpowiednią miarą produktów bankowych, a koszty operacyjne plus odsetkowe składają się na koszty całkowite. Podejście „intermediacyjne” jest stosowane w następujących pracach z zakresu efektywności banków komercyjnych lub innych instytucji finansowych: Akhainen, Swamy, Taubman i Singamsetti [1997], Berger i Humphrey [1991], Cebenoyan, Cooperman, Register i Hudgins [1993], English, Grosskopf, Hayes i Yaiswarng [1993], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Hassan, Grabowski, Pasurka i Ragan [1990], Hughes i Mester [1993], Humphrey [1985], Kaparakis, Miller i Noulas [1994], Mester [1987], [1993], Muldur i Sassenou [1993], Noulas, Subhash, Miller [1990], Zardokoohi i Kolari [1994].

Krytyka tego podejścia dotyczy m.in. roli depozytów na żądanie jako czynnika produkcji, który powoduje powstawanie kosztów operacyjnych przy braku kosztów odsetkowych (dotyczy to przeważnie rachunków podmiotów gospodarczych i osób fizycznych prowadzących działalność gospodarczą). Natomiast operacje wypłat z rachunków bieżących i wpłat generują przychody w postaci prowizji od wartości przelewów oraz zryczałtowanych opłat za prowadzenie rachunku (jednorazowo także za jego otwarcie). Oczywiście banki próbują ustalić prowizje tak, aby pokryły rzeczywiście poniesione koszty. Takie spojrzenie na depozyty na żądanie powoduje, że m.in. w pracach Berger i Humphrey [1991], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Hassan, Grabowski, Pasurka i Ragan [1990] są one traktowane jako produkty bankowe. Oczywiście środki na rachunkach bieżących wykazują duże fluktuacje i klient banku może nimi dysponować w każdej chwili, więc banki nie mogą przeznaczyć ich na kredyty bądź inne należności. Średni dzienny stan środków na rachunkach bieżących zależy przede wszystkim od wpłat i wypłat dokonywanych na rachunku klienta banku. Zgodnie „ze złotą regułą bankową”, mającą na celu zabezpieczenie płynności banków komercyjnych, wartość depozytów na żądanie powinna odpowiadać ilości środków płatniczych (gotówce) będących w bezpośrednim jego posiadaniu. Gotówka w kasie banku jako element aktywów nie generuje przychodu jak to czynią np. kredyty. Z uwagi na fakt, że skoro depozyty na żądanie są najczęściej nieoprocentowane (przynajmniej w sensie realnym), to banki nie mają w krótkim okresie czasu wpływu na ich wielkość, niektórzy autorzy traktują



je jako czynnik stały produkcji (m.in. w pracy Berger, Hancock i Humphrey [1993]). W innej pracy depozyty w kwocie mniejszej niż 100 tys. USD obok kapitału fizycznego są traktowane jako czynnik stały (zakłada się, że wielkość osadu środków na rachunku nie zależy bezpośrednio od oferowanej przez bank ceny za nie, lecz od ilości i wartości transakcji przeprowadzanych przez klienta banku), a depozyty większe od tej kwoty są traktowane jako czynnik zmienny (Akhaiven, Swamy, Taubman i Singamsetti [1997]).

W badaniach empirycznych z zakresu analizy efektywności kosztowej sektora bankowego, na etapie budowy mikroekonomicznej funkcji kosztów należy określić (zdefiniować) czynniki produkcji, ich ceny oraz produkty. Badacze wykorzystujący podejście „intermediacyjne” za czynniki produkcji przyjmują: kapitał fizyczny (majątek trwały), kapitał ludzki (zatrudnieni w banku), kapitał finansowy (depozyty i inne pożyczone pieniądze) (zob. Akhaiven, Swamy, Taubman i Singamsetti [1997], Berger [1993], Berger i Humphrey [1991], Cebenoyan, Cooperman, Register i Hudgins [1993], Dietsch [1993], English, Grosskopf, Hayes i Yaiswarng [1993], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Hughes i Mester [1993], Humphrey [1993], Kaparakis, Miller i Noulas [1994], Mester [1993], Muldur i Sassenou [1993]). W podejściu „produkcyjnym” czynnikami produkcji są tylko kapitał fizyczny i ludzki.

Cenę czynnika produkcji wyznacza się w ten sposób, że jest ona ilorazem kosztu związanego z danym czynnikiem i wielkości jego zaangażowania. Zgodnie z tą koncepcją, cenę kapitału ludzkiego wyraża się poprzez stosunek wynagrodzenia pracowników banku do liczby zatrudnionych (w przeliczeniu na pełne etaty). Ceną kapitału finansowego jest iloraz kosztów odsetkowych od depozytów (i innych pożyczonych pieniędzy) i wielkości tych depozytów, czyli średnie oprocentowanie tych środków. Cenę kapitału fizycznego najlepiej jest wyrazić przez średni koszt wynajmu powierzchni biurowej na rynku lokalnym, na którym działa bank (zob. Berger, Hancock i Humphrey [1987], Humphrey [1993]). W praktyce z uwagi na trudności z uzyskaniem tej wielkości za cenę przyjmuje się iloraz wydatków związanych z majątkiem trwałym przez jego wartość (zob. Berger [1993], Cebenoyan, Cooperman, Register i Hudgins [1993], Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993], Humphrey [1985], Kaparakis, Miller, Noulas [1994], Muldur i Sassenou [1993]), lub rzadziej iloraz wspomnianych wydatków i wielkości depozytów (zob. Dietsch [1993], Ferrier, Lovell

[1990]). Koszt całkowity (zmienna TC) jest sumą kosztów związanych z zaangażowaniem każdego z czynników produkcji: kapitału fizycznego, ludzkiego i finansowego.

Sposób wyrażenia produkcji banku zależy od stosowanego podejścia, lecz badacze zwykle agregują ją tak, aby liczba produktów nie przekroczyła pięć. Stosującą podejście „intermediacyjne” Mester [1993] oraz English, Grosskopf, Hayes, Yaiswarng [1993] rozważają trzy produkty: kredyty hipoteczne (*real estate mortgage loans*), kredyty konsumpcyjne i kredyty dla przedsiębiorstw (*consumer and commercial loans*), gwarancje, poręczenia i inne należności od podmiotów finansowych (*securities and other investments, assets in trading accounts*). Noulas, Subhash i Miller [1990] oraz Kaparakis, Miller i Noulas [1994] traktują kredyty konsumpcyjne dla indywidualnych gospodarstw domowych i osób fizycznych nie prowadzących działalności gospodarczej jako czwarty produkt. Akhaiven, Swamy, Taubman i Singamsetti [1997] agregują produkcję banku do dwóch produktów: kredytów ratalnych (*installment loans*) oraz pozostałych zawierających kredyty dla przedsiębiorstw, kredyty hipoteczne, faktoring i kredyt z tytułu leasingu (*industrial loans*).

Przyjmując alternatywne podejście „produkcyjne” Ferrier i Lovell [1990] oraz Berger, Hanweck i Humphrey [1987] zaproponowali pomiar produkcji banku poprzez liczbę depozytów na żądanie, lokat terminowych, liczbę udzielonych kredytów hipotecznych, ratalnych i kredytów dla przedsiębiorstw. Natomiast Berger i Humphrey [1991] oraz McAllister i McManus [1993] traktują depozyty na żądanie (*demand deposits*), depozyty terminowe i wkłady oszczędnościowe (*time and savings deposits*) jak produkty bankowe. Podobny podział stosują Rangan, Grabowski, Aly i Pasurka [1988], lecz nie wyodrębniają oni kredytów ratalnych, a osobną kategorią produktów są dla nich kredyty konsumpcyjne. Kredyty hipoteczne, kredyty kasowe, kredyty z tytułu leasingu i faktoring dla przedsiębiorstw, kredyt konsumpcyjny, gwarancje, poręczenia i inne należności od podmiotów finansowych oraz depozyty na żądanie stanowią produkty takich autorów, jak Grabowski, Ragan i Rezvanian [1993] i Hassan, Grabowski, Pasurka i Ragan [1990].

Przy próbie dokonania analizy kosztu i badania efektywności w przypadku polskiego sektora finansowego zasadniczymi problemami (oprócz problemów metodologicznych) wydają się być: określenie czynników i produktów (w zgodzie zarówno z naszymi realiami jak i wypracowaną na Zachodzie metodologią) oraz dostęp do porównywalnych danych o

polских bankach. Podejście Selaeya i Lindleya wydaje się być poprawnym podejściem w sensie mikroekonomicznej teorii firm. Głównymi kryteriami decydującymi o typach produktów kredytowych mogą być: czas trwania i cel umowy finansowej (kredytowej), typ zabezpieczenia, osoba wierzyciela, sposób oprocentowania lub sposób wypłaty i spłaty kredytu. Te czynniki będą podstawą do określenia kategorii produktów w warunkach polskiej bankowości - zwłaszcza, że wachlarz usług bankowych, z których korzystają klienci polskich banków, różni się od oferty produktowej banków amerykańskich. Za finansowe czynniki produkcji przyjmie się różne rodzaje depozytów i innych pozyskanych środków przez bank. Oczywiście postać mikroekonomicznej funkcji kosztu determinuje liczbę czynników i produktów.

Zaproponowany model depozytowo-kredytowy banku stanowi uproszczoną konstrukcję, która umożliwi sformułowanie metodologii pomiaru i badania efektywności kosztowej banków. W dalszej części pracy zostanie przedstawiony sposób estymacji granicznej funkcji kosztu, modelowania i pomiaru efektywności kosztowej przy użyciu najprostszej metody opartej o Metodę Najmniejszych Kwadratów w przypadku danych przekrojowych.

#### **4. Ilustracja empiryczna: graniczna funkcja kosztów dla oddziałów banków.**

Estymacja granicznej funkcji kosztów i pomiar efektywności kosztowej zostanie dokonany na podstawie danych pochodzących z oddziałów jednego z polskich banków komercyjnych. Natomiast w cytowanej literaturze zachodniej rzadko podejmowana jest analiza efektywności oddziałów banku, która niemal w całości poświęcona jest analizie jednorodnych ze względu na zakres świadczonych usług grup samodzielnych banków. Przy doborze czynników produkcji i produktów bankowych funkcji kosztów zostanie wykorzystane podejście intermediacyjne.

Z uwagi na przyjęte założenie, że jeden z czynników produkcji jest czynnikiem stałym, rozważa się krótkookresową funkcję kosztu zmiennego, przyjmując jej najprostszą postać:

Cobba-Douglasa. Założenie, że badane obiekty należą do jednorodnej grupy, czyli charakteryzują się tą samą technologią (lub mają do niej dostęp), wydaje się być spełnione. Fakt, że badamy oddziały jednego banku ma wpływ na sposób określania czynników produkcji i produktów. Zgodnie z dyskusją przeprowadzoną w poprzednich częściach pracy, za czynniki produkcji przyjęto:

- pracowników oddziału (zmienną oznaczono literą  $L$ ),
- nieruchomości (a także inwestycje w nieruchomości obce) ( $N$ ),
- inne środki trwałe (m.in sprzęt komputerowy) oraz wartości niematerialne i prawne (m.in. oprogramowanie) ( $S$ ),
- depozyty (złotowe i walutowe) i inne środki pieniężne pozyskane przez oddział ( $D$ ),
- pozyskane środki z centrali i innych oddziałów w przypadku oddziałów kredytowych, przeznaczone na finansowanie nadwyżki wartości kredytów nad depozyty.

Rozróżnienie dwóch kategorii kapitału fizycznego,  $N$  i  $S$ , jest spowodowane przyjęciem założenia, że nieruchomości muszą być traktowane w analizie krótkookresowej jako czynnik stały (nie podlegający optymalizacji) w rozważanym tutaj horyzoncie czasowym. Natomiast charakter czynnika  $S$  powoduje, że można go traktować jako czynnik zmienny, a zatem w funkcji kosztów pojawia się jego cena. W sytuacji, gdy centrala banku na drodze przetargu wybiera dostawców sprzętu dla oddziałów (m.in. komputerów, drukarek, akcesoriów komputerowych oraz oprogramowania) przyjęto, że cena tego czynnika jest jednakowa dla każdego oddziału.

Oddziały banku mają siedziby w miastach o różnej wielkości (np. poniżej 50 tys. lub powyżej 500 tys. mieszkańców), w regionach o zróżnicowanym charakterze (przemysłowym, rolniczym, turystycznym), więc zakres świadczonych usług zależy od charakteru lokalnego rynku i potrzeb klientów. Podstawowy podział wyróżnia oddziały: depozytowe tj. takie, które posiadają nadwyżkę przyjętych lokat (depozytów) od ludności i przedsiębiorstw nad wartość udzielonych kredytów oraz oddziały kredytowe, dla których wartość udzielonych kredytów przewyższa wartość depozytów. Samodzielne banki, mające nadwyżkę udzielonych kredytów w stosunku do przyjętych lokat, mogą ją finansować poprzez pożyczki w innych bankach, mających nadmiar pozyskanych środków, lub poprzez zakup środków na rynku międzybankowym, lecz te ostatnie operacje są prowadzone wyłącznie przez centralę banku. Natomiast w przypadku oddziałów banku przepływ tych środków następuje w ramach

wzajemnych rozliczeń międzyoddziałowych bądź rozliczeń między centralą i oddziałem. Podział oddziałów na depozytowe i kredytowe powoduje m.in., że zysk bądź stratę z działalności operacyjnej oddziałów koryguje się *in minus* o różnicę między wartością udzielonych kredytów a wartością przyjętych lokat, przeliczoną wg ceny pieniądza ustalonej przez centralę (w oparciu o WIBOR). Można zatem przyjąć, że owa różnica stanowi dla oddziałów kredytowych dodatkowy zmienny czynnik produkcji o jednakowej cenie.

Zaangażowanie czynników produkcji proponuje się mierzyć odpowiednio poprzez liczbę zatrudnionych w przeliczeniu na pełne etaty, wartość brutto składników rzeczowego majątku trwałego, wartość brutto składników niematerialnych i prawnych oraz wartość depozytów wraz z innymi pozyskanymi środkami pieniężnymi. Produkcję oddziałów bankowych ( $Q$ ) proponuje się wyrazić przez łączną wartość różnego rodzaju kredytów złotych i walutowych (m.in. kredyty w rachunku bieżącym, obrotowy, ratalny, dyskontowy, inwestycyjny), pożyczek gotówkowych dla ludności, faktoringu, zrealizowanych gwarancji i poręczeń, rachunków nostro i lokat w innych bankach oraz - w przypadku oddziałów depozytowych - nadwyżki między wartością przyjętych lokat a wartością udzielonych kredytów; nadwyżka ta może być traktowana jak dodatkowy typ produktu, odsprzedawanego centrali i oddziałom kredytowym.

Całkowite koszty zmienne ( $TC$ ) stanowią sumę kosztów związanych z zaangażowaniem każdego z czynników zmiennych, czyli wynagrodzeń wraz z narzutami, kosztów rzeczowych (m.in. zużycie tonera i papieru do drukarek, dyskietek, materiałów biurowych) oraz kosztów kapitału finansowego (odsetek od depozytów i innych pożyczonych środków, a także prowizji płaconych od zaciągniętych przez dany oddział kredytów i pożyczek). W przypadku oddziałów kredytowych w skład kosztów całkowitych wchodzi koszt pozyskania z centrali lub innych oddziałów środków będących różnicą między wartością udzielonych kredytów a wartością przyjętych lokat, tj. ich wielkość razy cena (wynosząca kilka punktów procentowych mniej niż WIBOR). Ceną pracy ludzkiej jest średnie wynagrodzenie pracownika oddziału wraz z narzutami ( $w_L$ ). Zakłada się, że wynagrodzenie to odzwierciedla rynkowy koszt zatrudnienia wykwalifikowanego pracownika sektora bankowego w geograficznym otoczeniu oddziału. Natomiast ceną czynnika finansowego ( $w_D$ ) - depozytów i innych środków pieniężnych bezpośrednio pozyskanych od klientów - jest

średnie oprocentowanie liczone jako iloraz kosztów odsetkowych przez ich wartości tych środków. Przedstawiona konstrukcja cen czynników produkcji jest szeroko stosowana w światowej literaturze przedmiotu, a prezentuje ją np. Muldur i Sassenou [1993].

Przyjmując założenie, że nieruchomości w analizie krótkookresowej traktowane są jako czynnik stały, a ceny dwóch wyróżnionych czynników zmiennych są jednakowe dla każdego oddziału, stochastyczny model granicznej krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego Cobba-Douglasa przyjmuje postać:

$$\ln TC_i = \beta_0 + \beta_1 \ln N_i + \beta_2 \ln Q_i + \beta_3 \ln w_{L,i} + \beta_4 \ln w_{D,i} + u_i + v_i, \quad (2)$$

gdzie  $i=1, \dots, n$  to numer oddziału.

O składnikach  $u_i$  i  $v_i$  przyjmujemy założenia jak we wzorze (1). Ponieważ wpływ tych cen, które są jednakowe dla każdego oddziału, jest zawarty w wyrazie wolnym, więc jednorodność względem wszystkich cen czynników jest automatycznie spełniona. W celu oszacowania nieznanymi parametrów funkcji kosztu oraz pomiaru nieefektywności na podstawie danych przekrojowych użyto (ze względu na łatwość obliczeń) tzw. Skorygowaną Metodę Najmniejszych Kwadratów (ang. Corrected Ordinary Least Squares; *OLS*). Zakładając dodatkowo, że składniki reprezentujące nieefektywność ( $u_i$ ) posiadają identyczne rozkłady o wspólnej wartości oczekiwanej  $\mu > 0$  równanie (2) z nowym wyrazem wolnym  $\beta_0 + \mu$  i złożonym składnikiem losowym  $u_i + v_i - \mu$  szacujemy zwykłą MNK. Omówienie tej najprostszej metody można znaleźć u Schmidta i Sicklesa [1984]; podają ją również Marzec i Osiewalski [1996-97] oraz Osiewalski i Wróbel-Rotter [1999]. Przybliżony pomiar efektywności odbywa się w oparciu o reszty MNK. Oddział, dla którego reszta ( $\ln TC_i - \hat{\ln TC}_i$ ) jest minimalna przyjmuje się jako w pełni efektywny (jako wzorzec efektywności). Względna efektywność  $i$ -tego oddziału mierzy się jako:

$$\hat{r}_{ef,i} = \exp \left( \min_{j=1, \dots, n} \left( \ln TC_j - \hat{\ln TC}_j \right) - \left( \ln TC_i - \hat{\ln TC}_i \right) \right) \quad (3)$$

W oparciu o dane z trzech kolejnych kwartałów 1997 roku, a pochodzące z 58 oddziałów jednego banku, oszacowano krótkookresową funkcję kosztów. Na podstawie danych z pierwszego kwartału 1997 roku otrzymano następujące oceny parametrów równania (2), błędy średnie szacunku tych ocen, wartości statystyki t-Studenta, wartość współczynnika

determinacji  $R^2$  oraz współczynnik efektu skali produkcji (odwrotność elastyczności kosztu względem wielkości produkcji):

Zmienna	Ocena parametru	błąd oceny	t-Student
<i>Const</i>	-6.366	0.227	-2.859
$\ln N$	0.014	0.014	0.969
$\ln Q$	0.882	0.028	31.339
$\ln w_L$	0.416	0.260	1.598
$\ln (w_D * 100)$	0.607	0.071	8.518
$R^2=0.965$ , Efekt skali =1.13			

Na podstawie danych za drugiego i trzeciego kwartału 1997 roku otrzymano:

zmienna	II kwartał 1997			III kwartał 1997		
	Ocena parametru	błąd oceny	t-Student	ocena parametru	błąd oceny	t-Student
<i>const</i>	-5.206	2.173	-2.396	-7869	2.098	-3.751
$\ln N$	0.022	0.013	1.767	0.014	0.015	0.937
$\ln Q$	0.878	0.024	36.007	0.896	0.026	33.846
$\ln w_L$	0.240	0.255	0.940	0.518	0.235	2.204
$\ln (w_D * 100)$	0.747	0.083	8.989	0.739	0.084	8.750
$R^2=0.974$ , Efekt skali =1.14			$R^2=0.969$ , Efekt skali =1.12			

Dopasowanie danych empirycznych do danych teoretycznych dla każdego z okresów jest bardzo dobre; współczynniki determinacji wynoszą ponad 0.96. Wszystkie otrzymane oceny parametrów (oprócz współczynnika przy logarytmie czynnika stałego) mają sensowną interpretację. Warunki regularności ekonomicznej funkcji kosztów powodują, że znak parametru  $\beta_1$  przy  $\ln N$  powinien być ujemny. Oceny parametrów uzyskano stosując MNK i nie nakładając żadnych restrykcji na parametry. Parametrem, którego oceny wykazują największą stabilność jest elastyczność kosztu względem wielkości produkcji ( $\beta_2$ ). Proces produkcyjny w badanych oddziałach charakteryzuje się rosnącym efektem skali, wynoszącym około 1.13. Wzrost kosztów zmiennych o 1%, spowodowany wzrostem nakładów czynników zmiennych o 1%, jest związany ze wzrostem produkcji o około 1.13%. Wskazuje to, przy ustalonych cenach, na możliwość zwiększenia zysku poprzez zwiększenie skali działalności oddziałów. Zwróćmy uwagę na dużą (i statystycznie bardzo istotną) rolę ceny depozytów w kształtowaniu się kosztu. Wzrost tej ceny o 10% (tj. o 2 punkty procentowe przy wyjściowym oprocentowaniu depozytów 20%) powoduje wzrost kosztów o około 6-7.5%. Otrzymane oceny parametrów pozwalają założyć, że w badanym okresie charakter procesu produkcji oddziałów banku nie zmienia się. Wskaźniki nieefektywności kosztowej oddziałów obliczone wg wzoru (3) zawarte są w Tabeli 1.

**Tabela 1 Porównanie ocen kosztowej efektywności oddziałów.**

oddział	I kwartał 1997		II kwartał 1997		III kwartał 1997	
	$\hat{r}_i$	Ranking	$\hat{r}_i$	Ranking	$\hat{r}_i$	Ranking
Oddział 1	0.85	5	0.87	20	0.81	16
Oddział 2	0.75	27	0.86	24	0.79	25
Oddział 3	0.59	54	0.66	55	0.58	55
Oddział 4	0.72	39	0.83	33	0.76	32
Oddział 5	0.64	49	0.73	48	0.71	47
Oddział 6	0.85	6	0.95	3	0.89	3
Oddział 7	0.8	18	0.93	6	0.79	24
Oddział 8	1	1	1	1	1	1
Oddział 9	0.75	28	0.89	15	0.73	43
Oddział 10	0.82	10	0.89	12	0.8	20
Oddział 11	0.75	29	0.81	39	0.78	28
Oddział 12	0.69	41	0.77	46	0.7	48
Oddział 13	0.51	58	0.58	58	0.54	57
Oddział 14	0.86	4	0.95	2	0.89	2
Oddział 15	0.73	33	0.83	31	0.74	42
Oddział 16	0.84	8	0.85	27	0.82	10
Oddział 17	0.66	45	0.79	43	0.75	40
Oddział 18	0.73	34	0.82	36	0.76	33
Oddział 19	0.63	50	0.69	51	0.51	58
Oddział 20	0.97	2	0.71	49	0.73	46
Oddział 21	0.69	43	0.79	42	0.8	23
Oddział 22	0.75	30	0.86	25	0.78	27
Oddział 23	0.72	38	0.83	32	0.75	39
Oddział 24	0.74	31	0.87	21	0.81	17
Oddział 25	0.66	46	0.82	38	0.76	35
Oddział 26	0.83	9	0.89	11	0.86	6
Oddział 27	0.82	11	0.95	4	0.87	4
Oddział 28	0.79	20	0.86	22	0.78	26
Oddział 29	0.81	13	0.88	17	0.8	21
Oddział 30	0.73	35	0.86	26	0.77	29
Oddział 31	0.65	47	0.81	40	0.73	44
Oddział 32	0.81	14	0.95	5	0.83	8
Oddział 33	0.63	51	0.68	53	0.65	51
Oddział 34	0.81	12	0.89	13	0.81	12
Oddział 35	0.81	15	0.83	30	0.75	38
Oddział 36	0.77	22	0.89	14	0.81	13
Oddział 37	0.65	48	0.63	57	0.65	52
Oddział 38	0.9	3	0.88	16	0.81	14
Oddział 39	0.7	40	0.8	41	0.76	36
Oddział 40	0.77	23	0.88	19	0.83	9
Oddział 41	0.8	19	0.9	10	0.81	11
Oddział 42	0.58	55	0.65	56	0.58	56
Oddział 43	0.76	24	0.86	23	0.81	18
Oddział 44	0.81	16	0.91	8	0.86	5
Oddział 45	0.84	7	0.92	7	0.84	7
Oddział 46	0.81	17	0.88	18	0.81	15
Oddział 47	0.74	32	0.85	28	0.75	37
Oddział 48	0.76	25	0.82	34	0.8	22



Oddział 49	0.61	52	0.69	52	0.61	54
Oddział 50	0.73	36	0.77	45	0.75	41
Oddział 51	0.57	57	0.75	47	0.65	50
Oddział 52	0.73	37	0.82	37	0.76	34
Oddział 53	0.76	26	0.82	35	0.77	30
Oddział 54	0.68	44	0.78	44	0.73	45
Oddział 55	0.59	53	0.7	50	0.66	49
Oddział 56	0.77	21	0.91	9	0.8	19
Oddział 57	0.57	56	0.67	54	0.62	53
Oddział 58	0.69	42	0.84	29	0.76	31
<b>Minimalne <math>\hat{r}_i</math></b>	<b>0.51</b>		<b>0.58</b>		<b>0.51</b>	
<b>Średnie <math>\hat{r}_i</math></b>	<b>0.74</b>		<b>0.82</b>		<b>0.76</b>	

Interpretując otrzymane wyniki można stwierdzić, że np. w pierwszym kwartale 1997 roku średnio 26% kosztu zmiennego poniesionego przez wszystkie oddziały banku było kosztem nadwyżkowym, nieuzasadnionym ani wielkością produkcji ani cenami czynników zmiennych czy wielkością zaangażowania czynnika stałego. Warto jednak zauważyć, że otrzymane oszacowania nieefektywności charakteryzują się znacznym, prawdopodobnie nadmiernym zróżnicowaniem, co wynika z uproszczonej metody estymacji funkcji kosztu i pomiaru samej nieefektywności. O ile ranking oddziałów może być wiarygodny, to poziom efektywności wydaje się być zaniżony. Rankingi oddziałów w badanych okresach czasu charakteryzują się dużym podobieństwem, co potwierdzają współczynniki korelacji rang Spearmana, które wynoszą między 0.84 a 0.91.

Można zatem wnioskować, że efektywność oddziałów w badanym okresie nie zmienia się w sposób systematyczny, co może być podstawą do budowy modelu dla danych przekrojowo-czasowych. Umożliwia on bowiem, przy założeniu stałości technologii i stałości efektywności po czasie, na precyzyjny szacunek przeciętnej efektywności każdego z oddziałów (omówienie najprostszych metod estymacji takiego modelu i pomiaru efektywności prezentują Marzec i Osiewalski [1996-97]). Zagadnienie analizy efektywności kosztowej banków na podstawie danych przekrojowych i przekrojowo-czasowych przy użyciu formalnych metod statystycznych (np. podejścia bayesowskiego) stanowi przedmiot odrębnych badań. Wyniki tych badań oparte o wnioskowanie bayesowskie prezentowane są w pracach: Osiewalski i Marzec [1998a] i [1998b] oraz Marzec, Osiewalski [1998].

## Podsumowanie

Przy próbie budowy funkcji kosztów służącej do pomiaru efektywności polskich banków bądź oddziałów jednego banku zasadniczym problemem wydaje się być określenie - zgodnie z przedstawioną metodologią - mikroekonomicznych produktów banków oraz czynników produkcji. Oczywiście aktualny jest problem dostępu do porównywalnych danych o polskich bankach. Uwzględniając przedstawione podejścia i ograniczenia, jakie narzuca sprawozdawczość systemu bankowego, proponujemy dokonać następującej mikroekonomicznej klasyfikacji produktów polskich banków wyrażonych, poprzez wartość (stan na określony moment czasu):

- kredytów konsumpcyjnych dla gospodarstw domowych i osób fizycznych nie prowadzących działalności gospodarczej,
- gwarancji, poręczeń i innych należności od podmiotów finansowych,
- kredytów dla przedsiębiorstw, osób fizycznych prowadzących działalność gospodarczą i podmiotów budżetowych.

W zachodnich badaniach empirycznych agreguje się produkcję banków zwykle do kilku, maksymalnie pięciu produktów. Można zauważyć, że przy trzech czynnikach produkcji i trzech produktach (jak proponuje autor) liczba parametrów podlegających estymacji w przypadku translogarytmicznej funkcji kosztów wynosi 20 (zob. Marzec i Osiewalski [1996-97]).

Za czynniki produkcji banku proponuje się przyjąć (zgodnie z podejściem Sealeya i Lindleya): pracowników banku, majątek trwały (m.in. nieruchomości, sprzęt komputerowy) oraz depozyty i inne pozyskane przez bank środki pieniężne. Należy rozróżnić czynniki stałe i zmienne, a w przypadku badania efektywności oddziałów banku określić inne, specyficzne czynniki, jak zostało to uczynione w prezentowanej ilustracji empirycznej zagadnienia efektywności. Zaangażowanie tych czynników proponuje się mierzyć odpowiednio poprzez liczbę zatrudnionych w przeliczeniu na pełne etaty, wartość majątku trwałego i wartość depozytów (wraz z innymi pozyskanymi środkami pieniężnymi). Ceną pracy ludzkiej jest średnie wynagrodzenie, ceną depozytów średnie ich oprocentowanie. W długookresowej funkcji kosztów za cenę majątku trwałego proponuje się przyjąć iloraz wydatków związanych

z majątkiem trwałym do jego wartości księgowej. W analizie krótkookresowej majątek trwały jest traktowany jako czynnik stały, pojawiający się bezpośrednio jako zmienna w funkcji kosztów. Koszty całkowite są sumą kosztów związanych z zaangażowaniem każdego z czynników produkcji - stałych i zmiennych, czyli wynagrodzeń, kosztów związanych z majątkiem trwałym i kosztów odsetkowych od depozytów i innych pożyczonych pieniędzy. Na całkowite koszty zmienne składają się koszty związane z zaangażowaniem jedynie czynników zmiennych.

Przedstawiona ilustracja empiryczna wykazuje, że podejście intermediacyjne pozwala zbudować funkcje kosztów w oparciu o odpowiednio przygotowane dane z księgowości bankowej. Nawet w przypadku tak prostej funkcji, jak wykorzystywana w tej pracy, uzyskuje się ekonomicznie interpretowalne i statystycznie istotne wyniki. Daje to podstawy do prowadzenia dalszych pogłębionych badań empirycznych z zakresu efektywności kosztowej w sektorze bankowym.

## **Bibliografia**

1. Aigner D., C.A.K. Lovell, P. Schmidt, „Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models”, *Journal of Econometrics*, 1977, 6.
2. Akhaiven J., P.A.V.B. Swamy, S.B. Taubman, R.N. Singamsetti, „A general method of deriving the inefficiencies of bank from a profit function”, *The Journal of Productivity Analysis*, 1997, 8.
3. Beckers D.E., C.J. Hammond, „A tractable likelihood function for the normal-gamma stochastic frontier model”, *Economics Letters*, 1987, 24.
4. Berg S.A, F.R. Forsund, L. Hjalmarsson, M. Souminen, „Banking efficiency in the Nordic countries”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
5. Berger A. N., „Distribution-free estimates of efficiency in the U.S. banking industry and tests of the standard distributional assumptions”, *The Journal of Productivity Analysis*, 1993, 4.
6. Berger A. N., D. Hancock, D.B. Humphrey, „Bank efficiency derived from the profit function”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
7. Berger A. N., D.B. Humphrey, „Measurement and efficiency issues in commercial banking”, w: *Measurement issue in the service sectors* (red, Z. Griliches, University of Chicago Press, 1982.

8. Berger A. N., D.B. Humphrey, „The dominance of inefficiencies over scale and product mix economies in banking”, *Journal of Monetary Economics*, 1991, 28.
9. Berger A. N., G. Hanweck, D. Humphrey, „Competitive viability in banking. Scale, scope, and mix economies”, *Journal of Monetary Economics*, 1987, 20.
10. Berger A. N., W.C. Hunter, S.G. Timme, „The efficiency of financial institutions: A review and preview of research past, present, and future”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
11. Broeck van den J., G. Koop, J. Osiewalski, M.F.J. Steel, „Stochastic frontier models: A Bayesian perspective”, *Journal of Econometrics*, 1994, 61.
12. Capiga M., R. Kurzak, „Miary syntetyczne w ocenie banków”, *Bank*, 1998, 10.
13. Cebenoyan A.S., E.S. Cooperman, C.A. Register, S.C. Hudgins, „The relative efficiency of stock versus Mutual S&Ls: A stochastic cost frontier approach”, *Journal of Financial Services Research*, 1993.
14. Dietsch M., „Economies of scale and scope in French commercial banking industry”, *Journal of Productivity Analysis*, 1993, 4.
15. English M., S. Grosskopf, K. Hayes., S. Yaiswarng, „Output allocative and technical efficiency of banks”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
16. Färe R., D. Promont, „Measuring the efficiency of multiunit banking: An activity analysis approach”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
17. Fernández C., J. Osiewalski, M.F.J. Steel, „On the use of panel data in stochastic frontier models with improper priors”, *Journal of Econometrics*, 1997, 79.
18. Ferrier G.D., C.A.K. Lovell, „Measuring cost efficiency in banking: econometric and linear programming evidence”, *Journal of Econometrics*, 1990, 46.
19. Frisch R., *Theory of Production*, Chicago, 1965.
20. Grabczan W., „Analiza i ocena wyników działalności banku”, *Bank i Kredyt*, 1995, 11.
21. Grabowski R., N. Ragan, R. Rezvanian, „Organizational forms in banking: An empirical investigation of cost efficiency”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
22. Greene W., „Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions”, *Journal of Econometrics*, 1980, 13.
23. Hassan Y.A., Grabowski R., C. Pasurka, N. Ragan, „Technical, scale, and allocative efficiencies in U.S. banking: An empirical investigation”, *Review of Economics and Statistics*, 1990.
24. Hughes J., L.J. Mester, „A quality and risk-adjusted cost function for banks: Evidence on the „too-big-to-fail” doctrine”, *Journal of Productivity Analysis*, 1993, 4.
25. Humphrey D., „Costs and scale economies in bank intermediation”, w: *Handbook of Banking Strategy* (red.: R.C. Aspinwall, R. Eisenbeis), J. Wiley, New York, 1985.
26. Humphrey D., „Cost and technical change: Effects from bank deregulation”, *Journal of Productivity Analysis*, 1993, 4.

27. Jaworski W.L., *Bankowość*, Warszawa, Poltex, 1996.
28. Jondrow J., C.A.K. Lovell, I. Materov, P. Schmidt, „On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model”, *Journal of Econometrics*, 1982, 19.
29. Kaparakis E., S. M. Miller, A.G. Noulas, „Short-run cost inefficiency of commercial banks: A flexible stochastic frontier approach”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1994, 26.
30. Kim M., „Scale economics in banking: A methodological note”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1985, 1.
31. Kim M., „Banking technology and the existence of a consistent output aggregate”, *Journal of Monetary Economics*, 1986, 18.
32. Kim M., „Economics of scale and economics of scope in multiproduct financial institutions: futher evidence from credit unions”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1986, 2.
33. Kolari J., Zardokoohi A., „Bank, cost, structure, and performance”, *Heath & Co.*, Lexington, 1987.
34. Koop G., J. Osiewalski, M.F.J Steel, „Bayesian efficiency analysis with a flexible form: The AIM cost function”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 1994, 12.
35. Koop G., J. Osiewalski, M.F.J Steel, „Hospital efficiency analysis with individual effects: A Bayesian approach”, *Journal of Econometrics*, 1997, 76.
36. Lawrence C., „Banking cost, generalized functional forms, and estimation of economies of scale and scope”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1989, 3.
37. Marzec J, Osiewalski J., „Pomiar efektywności kosztowej banków: zarys metodologii”, *Folia Economica Cracoviensia*, 1996-97, 39-40
38. Marzec J., J. Osiewalski, „Nowoczesne metody Monte Carlo w bayesowskiej analizie efektywności kosztowej banków”, *Zastosowania rozwiązań informatycznych w bankowości* (materiały konferencyjne pod red. A. Gospodarowicza), Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 797; 1998, s.182-195.
39. McAllister P.H., D. McManus, „Resolving the scale efficiency puzzle in banking”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
40. Meusen W., J. van den Broeck, „Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error”, *International Economic Review*, 1977, 8.
41. Mester L.J., „A multiproduct cost study of savings and loans”, *Journal of Finance*, 1987, 2.
42. Mester L.J., „Efficiency in the savings and loan industry”, *Journal of Banking and Finance*, 1993, 17.
43. Molyneux P., Y. Altunbas, E. Gardener, *Efficiency in European Banking*, J. Wiley & Sons, Chichester, 1996.

44. Muldur U., Sassenou M., „Economies of scale and scope in French banking and savings insitutions”, *Journal of Productivity Analysis*, 1993, 4.
45. Noulas A.G., C.R. Subhash, S.M. Miller, „Returns to scale and input substitution for large U.S. banks”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 1990, 22.
46. Osiewalski J., J. Marzec, „Bayesian analysis of cost efficiency with an application to bank branches” w: *Global Trends and Changes in European Banking* (E. Miklaszewska, red.), Uniwersytet Jagielloński, Kraków 1998a (s.151-166).
47. Osiewalski J., J. Marzec, „Bayesowska analiza efektywności kosztowej oddziałów banku: założenia i wyniki”, materiały z konferencji *Prognozowanie w zarządzaniu firmą*, Kudowa, wrzesień 1998b.
48. Osiewalski J., J. Marzec, M. Pipień, „Metody Monte Carlo w bayesowskiej analizie danych finansowych i bankowych”, XXXIV Konferencja Statystyków, Ekonometryków i Matematyków Akademii Ekonomicznych Polski Południowej, Osieczany, marzec 1999.
49. Osiewalski J, R. Wróbel-Rotter, „Estymacja granicznych funkcji produkcji i wskaźników efektywności technicznej na podstawie danych przekrojowych”, *Przegląd Statystyczny*, 1999, w druku.
50. Pesek B.P., „Bank’s Supply Function and the Equilibrium Quantity of Money”, *The Canadian Journal of Economics*, 1970, 3.
51. Pitt M., L.F. Lee, „The measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry”, *Journal of Development Economics*, 1981, 9.
52. Rangan N., R. Grabowski, N.Y. Aly, C. Pasurka, „The technical efficiency of US Banks”, *Economics Letters*, 1988, 28.
53. Rogowski G., „Analiza i ocena działalności banków z wykorzystaniem metody DEA”, *Bank i Kredyt*, 1996, 9.
54. Rogowski G., „Analiza efektywności oddziałów banku”, *Bank*, 1998a, 1.
55. Rogowski G., „Metodologia analiz efektywności i efektu skali banków”, *Bank i Kredyt*, 1998b, 11.
56. Schaffer S., E. David, „Economics of superscale and interstate expansion”, *Research Paper*, Federal Reserve Bank of New York, 1986.
57. Schmidt P., R. Sickles, „Production frontiers and panel data”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 1984, 2.
58. Sealey C.W., J.T. Lindley, „Inputs, outputs, and a theory of production and cost at depository financial institutions”, *The Journal of Finance*, 1977, 32.
59. Sherman H.D., F. Gold, „Bank branch operating efficiency”, *Journal of Banking and Finance*, 1985, 9.
60. Stevenson R.E., „Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation”, *Journal of Econometrics*, 1980, 13.
61. Tarczyński W., „Analiza banków notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych”

*Bank i Kredyt*, 1998, 4.

62. Towey R., „Money Creation and the Theory of Banking Firm”, *Journal of Finance*, 1974, 29.
63. Varian H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton & Company, Inc., New York, 1992.
64. Zardokoohi A., J. Kolari, „Branch office economies of scale and scope: Evidence from savings banks in Finland”, *Journal of Banking and Finance*, 1994, 18.