

Jerzy Marzec, Jacek Osiewalski (Akademia Ekonomiczna w Krakowie)
Funkcja kosztów dla oddziałów banku: mierniki korzyści specjalizacji¹.

1. Definicja i pomiar korzyści pełnego zakresu produkcji bądź specjalizacji

Mikroekonomiczna (tzw. graniczna) funkcja kosztu ma szerokie zastosowanie w analizie empirycznej kosztów firm. Jednym z obszarów jej wykorzystania jest analiza korzyści pełnego asortymentu (zakresu produkcji) bądź specjalizacji firm, a w szczególności banków komercyjnych (por. Berger, Hanweck i Humphrey (1987), Dietsch (1993), Hughes i Mester (1993), Lawrence (1989), Mester (1993), Muldur i Sassenou (1993), Youn Kim (1986). Zardokoohi i Kolari (1994)).

Niech $Q=(Q_1, \dots, Q_G) \in R^G_+$ oznacza wektor wielkości produkcji G produktów, a x - wektor cen czynników produkcji (i nakładów czynników stałych w przypadku krótkookresowej funkcji kosztu), zaś δ - wektor parametrów; funkcję kosztu oznaczmy jako $C(Q_1, \dots, Q_G; x, \delta)$. Analiza korzyści zakresu produkcji (ang. *economies of scope*) pozwala na zbadanie, czy istnieją możliwości obniżenia kosztów działalności banku poprzez odstąpienie od dotychczasowej specjalizacji banku i poszerzenie zakresu świadczonych usług. Podstawy teoretyczne analizy korzyści zakresu sformułowali Panzar i Willig (1981) oraz Baumol, Panzar i Willig (1982). Efekt (korzyść) pełnego zakresu jest związany z subaddytywnością kosztów i ma miejsce, gdy koszt produkcji wektora produktów Q_1, \dots, Q_G w przypadku jednego banku (oddziału) jest niższy od sumy kosztu produkcji tychże produktów wytworzonych przez wyspecjalizowane banki (oddziały). Zatem technologia wykazuje korzyści pełnego zakresu produkcji jeżeli:

$$C(Q_1, \dots, Q_G; \cdot) < C(Q_1, 0, \dots, 0; \cdot) + C(0, Q_2, 0, \dots, 0; \cdot) + \dots + C(0, \dots, 0, Q_G; \cdot); \quad (1)$$

w przypadku przeciwnego kierunku nierówności mówimy o korzyściach specjalizacji. Przyczynami występowania korzyści zakresu produkcji są m.in. redukcja kosztów obsługi klienta wskutek łącznej sprzedaży produktów, lepsze wykorzystanie majątku trwałego (koszty stałe przypadają na większą liczbę produktów), obniżka kosztów reklamy produktów oraz obniżenie kosztów ponoszonego ryzyka, które ulega zmniejszeniu wskutek większej dywersyfikacji aktywów bankowych. Jeżeli nie występują korzyści pełnego zakresu produkcji, to zwykle mają miejsce korzyści specjalizacji (formalnie może jeszcze występować sytuacja graniczna jednoczesnego braku korzyści zakresu produkcji i braku korzyści specjalizacji). Baumol, Panzar i Willig (1982) wykazali, że dla wieloproduktowej funkcji kosztu warunkiem wystarczającym (lecz nie koniecznym) korzyści zakresu jest komplementarność kosztu po produktach. Oznacza ona, że koszt krańcowy produktu o numerze g jest malejącą funkcją wielkości pozostałych produktów. Zwiększenie o małą jednostkę produkcji każdego z pozostałych produktów $(Q_1, \dots, Q_{g-1}, Q_{g+1}, \dots, Q_G)$ spowoduje spadek kosztu krańcowego produktu g .

¹ Praca wykonana w ramach projektu badawczego Komitetu Badań Naukowych (nr 1-H02B-022-18).

Zatem wytworzenie dodatkowej jednostki produktu g w sytuacji produkcji łącznej nastąpi po koszcie niższym niż w przypadku, gdyby zwiększono produkcję tylko jednego produktu, a nie wszystkich jednocześnie. Formalnie warunek wystarczający na istnienie korzyści zakresu produkcji to:

$$\frac{\partial^2 C(Q; x, \delta)}{\partial Q_g \partial Q_j} < 0 \quad \text{dla } g \neq j; \quad g, j = 1, \dots, G. \quad (2)$$

Baumol, Panzar i Willig (1982) zaproponowali wynikający z formuły (1) naturalny miernik zwany współczynnikiem korzyści zakresu produkcji (SC):

$$SC = \frac{\sum_{g=1}^G C(Q_g; x, \delta) - C(Q; x, \delta)}{C(Q; x, \delta)}, \quad (3)$$

gdzie $C_g(Q_g; \cdot) = C(0, \dots, 0, Q_g, 0, \dots, 0; \cdot)$ jest kosztem wyprodukowania g -tego produktu na poziomie Q_g , przy pozostałych na poziomie zero. Współczynnik $SC \cdot 100\%$ mierzy procentową oszczędność kosztu (gdy $SC > 0$) lub nadwyżkę kosztu (gdy $SC < 0$) spowodowaną łączną produkcją wszystkich produktów zamiast absolutnej specjalizacji, polegającej na wytwarzaniu jednego tylko produktu w jednej firmie (oddziale). Miarę korzyści zakresu produkcji można uogólnić także na przypadek grupy produktów (por. Youn Kim (1986)). Zaletą miernika SC jest to, że przyjmując wartości mniejsze (większe) od zera jednoznacznie wskazuje na występowanie korzyści specjalizacji (pełnego zakresu) – zwłaszcza, że warunek wystarczający na istnienie korzyści pełnego zakresu produkcji często nie jest spełniony (jest zbyt mocny). Konstrukcja miernika SC jest krytykowana (por. Youn Kim (1986)), ponieważ wyznaczając koszt wytworzenia jednego produktu $C_g(Q_g; \cdot)$ przyjmuje się zerową wielkość produkcji pozostałych, czego nie obserwuje się w praktyce. A zatem obliczenie SC wymagać może ekstrapolacji oszacowanej funkcji kosztu daleko poza obszar empirycznych wartości zmiennych. Ponadto w przypadku najczęściej wykorzystywanych funkcji kosztu (np. translogarytmicznej), które zwykle nie są określone dla zerowych wartości zmiennych, miernik SC nie da się zdefiniować, więc jego praktyczne zastosowanie w badaniach empirycznych jest mocno ograniczone. Trudności te spowodowały potrzebę konstrukcji mierników wolnych od wspomnianych wad. W przypadku dwóch produktów, Zardkoohi i Kolari (1994) zaproponowali:

$$SCP = \frac{\Delta C_1 + \Delta C_2 - \Delta C_{1,2}}{\Delta C_{1,2}}, \quad \text{gdzie:} \quad (4)$$

$$\Delta C_1 = C(Q_1^{\min} + \Delta Q_1, Q_2^{\min}; x, \delta) - C(Q_1^{\min}, Q_2^{\min}; x, \delta)$$

$$\Delta C_2 = C(Q_1^{\min}, Q_2^{\min} + \Delta Q_2; x, \delta) - C(Q_1^{\min}, Q_2^{\min}; x, \delta)$$

$$\Delta C_{1,2} = C(Q_1^{\min} + \Delta Q_1, Q_2^{\min} + \Delta Q_2; x, \delta) - C(Q_1^{\min}, Q_2^{\min}; x, \delta);$$

Q_1^{\min} i Q_2^{\min} oznaczają minimalne zaobserwowane wielkości produktów, ΔQ_1 i ΔQ_2 to różnice między średnią a minimalną wielkością produktów, $\Delta C_{1,2}$ stanowi zatem różnicę między kosztem

wytworzenia obu wielkości produktów na poziomie przeciętnym i minimalnym, natomiast ΔC_1 określa dodatkowy koszt jaki należy ponieść, aby zwiększyć produkcję pierwszego produktu z poziomu minimalnego do poziomu średniego przy ustalonej wielkości drugiego produktu na poziomie minimalnym. Miernik ten informuje o możliwym stopniu redukcji kosztu (gdy $SCP > 0$) wskutek jednoczesnego zwiększenia łącznej produkcji obu produktów z poziomu minimalnego do poziomu średniego. Wadą SCP jest to, że oblicza się go dla hipotetycznego obiektu oraz że postulowany wzrost produkcji z poziomu minimalnego do poziomu średniego może być w praktyce niemożliwy (zbyt duży). Natomiast jest on dobrze zdefiniowany dla dowolnej postaci analitycznej funkcji kosztu. Inną modyfikację miernika korzyści zakresu produkcji (opartą na podobnej konstrukcji, więc nie pozbawioną wad) jest propozycja Hughes i Mester (1993) oraz Mester (1993), tzw. *within-sample economies of scope*.

2. Translogarytmiczna krótkookresowa funkcja kosztów zmiennych dla oddziałów banku

Empiryczną analizę korzyści pełnego zakresu bądź specjalizacji przedstawimy na przykładzie krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego dla $N=58$ oddziałów jednego z banków komercyjnych, oszacowanej na podstawie danych z czterech kwartałów 1997 roku ($T=4$). W tym celu wprowadzamy stochastyczny model graniczny translogarytmicznej funkcji kosztu:

$$\begin{aligned} \ln VC_{it} = & \delta_0 + \delta_1 \ln w_{it,D} + \delta_2 \ln w_{it,L} + \delta_3 \ln Q_{it,1} + \delta_4 \ln K_i + \delta_5 \ln w_{it,D} \ln w_{it,L} \\ & + \delta_6 \ln w_{it,D} \ln Q_{it,1} + \delta_7 \ln w_{it,D} \ln K_i + \delta_8 \ln w_{it,L} \ln Q_{it,1} + \delta_9 \ln w_{it,L} \ln K_i + \delta_{10} \ln Q_{it,1} \ln K_i \\ & + \delta_{11} (\ln w_{it,D})^2 + \delta_{12} (\ln w_{it,L})^2 + \delta_{13} (\ln Q_{it,1})^2 + \delta_{14} (\ln K_i)^2 + \delta_{15} \ln Q_{it,2} + \delta_{16} \ln w_{it,D} \ln Q_{it,2} \\ & + \delta_{17} \ln w_{it,L} \ln Q_{it,2} + \delta_{18} \ln Q_{it,1} \ln Q_{it,2} + \delta_{19} \ln Q_{it,2} \ln K_i + \delta_{20} (\ln Q_{it,2})^2 + v_{it} + z_i, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie VC oznacza sumę kosztów zaangażowania zmiennych czynników produkcji: kapitału ludzkiego, finansowego oraz materiałów i akcesoriów komputerowych, Q_1 – wolumen kredytów udzielonych klientom komercyjnym (plus będąca w dyspozycji centrali banku nadwyżka depozytów nad kredytami w przypadku oddziałów specjalizujących się w pozyskiwaniu środków), Q_2 – wolumen kredytów udzielonych klientom detalicznym, w_D - cenę czynnika finansowego (depozytów i środków z centrali finansujących nadwyżkę kredytów nad depozytami w przypadku oddziałów mających taką nadwyżkę), w_L to cena pracy, a K oznacza zaangażowanie czynnika stałego (kapitału fizycznego) mierzone poprzez powierzchnię (w metrach kwadratowych) pomieszczeń biurowych własnych i najmowanych, a eksploatowanych przez oddział. O składnikach losowych zakładamy, że v_{it} odzwierciedlają błędy pomiaru kosztu itp. i mają niezależne rozkłady normalne $N(0, \sigma_v^2)$, natomiast z_i mają niezależne rozkłady wykładnicze o średniej λ_i i wyrażają nieefektywność kosztową na skali logarytmicznej. Dodatkowo przyjmujemy niezależność wszystkich z_i oraz v_{it} oraz wprowadzamy parametryzację $\lambda_i = \prod_{j=1}^m \phi_j^{-w_{ij}}$, gdzie w_{ij} dla $j > 1$ to potencjalne egzogeniczne przyczyny zróżnicowania

poziomu efektywności ($w_{i1} \equiv 1$, natomiast w_{i2} oznacza specjalizację oddziału, tzn. $w_{i2} = 1$, gdy średnia miesięczna wartość kredytów udzielonych przez oddział była większa od średniej wartości depozytów pozyskanych w badanych czterech kwartałach, $w_{i2} = 0$ w przeciwnym przypadku). Z punktu widzenia metodologicznego (statystyczno-ekonometrycznego) specyfikacja ta stanowi tzw. stochastyczny model graniczny (ang. *stochastic frontier model*) o zmiennym rozkładzie efektywności (ang. *varying efficiency distribution, VED*), który na gruncie bayesowskim wprowadzili Koop, Osiewalski i Steel (1997) jako jeden z bayesowskich modeli losowych efektów indywidualnych (z_i jest tą samą w rozważanych czterech kwartałach zmienną losową charakteryzującą obiekt i , czyli losowym efektem indywidualnym). Rozkłady a priori (i w konsekwencji rozkłady a posteriori) dla parametrów, a także metody numeryczne wnioskowania bayesowskiego (losowanie Gibbsa) są w niniejszych badaniach takie, jak zaproponowali Koop, Osiewalski i Steel (1997). Dyskusję doboru zmiennych w przypadku funkcji kosztu w sektorze bankowym przedstawia Marzec (1999) i (2000), zaś analizę bayesowską w przypadku stochastycznej granicznej funkcji kosztu dla oddziałów banku omawiają szczegółowo Osiewalski i Marzec (1998) oraz Marzec (2000) (por. też Osiewalski, Marzec i Pipień (2000)). Tabele 1 i 2 prezentują podstawowe wyniki estymacji bayesowskiej parametrów modelu (5).

Tabela 1. Wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori parametrów modelu.

Parametr	Zmienna	E(· dane)	D(· dane)	Parametr	Zmienna	E(· dane)	D(· dane)
δ_0	Stała	6,115	3,531	δ_{11}	$(\ln w_D)^2$	-0,033	0,044
δ_1	$\ln w_D$	0,329	0,590	δ_{12}	$(\ln w_L)^2$	0,145	0,048
δ_2	$\ln w_L$	-0,974	0,718	δ_{13}	$(\ln Q_1)^2$	0,032	0,007
δ_3	$\ln Q_1$	0,666	0,212	δ_{14}	$(\ln K)^2$	0,034	0,008
δ_4	$\ln K$	0,038	0,187	δ_{15}	$\ln Q_2$	-0,453	0,183
δ_5	$\ln w_D \ln w_L$	-0,016	0,057	δ_{16}	$\ln w_D \ln Q_2$	0,001	0,024
δ_6	$\ln w_D \ln Q_1$	0,010	0,027	δ_{17}	$\ln w_L \ln Q_2$	-0,010	0,014
δ_7	$\ln w_D \ln K$	0,080	0,023	δ_{18}	$\ln Q_1 \ln Q_2$	-0,042	0,009
δ_8	$\ln w_L \ln Q_1$	-0,050	0,015	δ_{19}	$\ln K \ln Q_2$	-0,035	0,010
δ_9	$\ln w_L \ln K$	-0,004	0,013	δ_{20}	$(\ln Q_2)^2$	0,053	0,005
δ_{10}	$\ln Q_1 \ln K$	-0,005	0,009	ϕ_1	w_{i1}	10,085	2,181
σ_v^2		0,000421	0,000054	ϕ_2	w_{i2}	1,979	0,567

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Średnie wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori elastyczności funkcji kosztu.

	$\eta(VC/w_D)$	$\eta(VC/w_L)$	$\eta(VC/Q_1)$	$\eta(VC/K)$	$\eta(VC/Q_2)$	$\eta(VC/Q_1) + \eta(VC/Q_2)$
Wartość oczekiwana	0,808	0,178	0,748	0,043	0,122	0,870
Odchylenie standardowe	0,045	0,031	0,023	0,022	0,017	0,040

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku translogarytmicznej funkcji kosztu (zmiennego) warunek (2) oznacza, że:

$$\frac{VC}{Q_1} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial Q_2} \left(\frac{\partial \ln VC}{\partial \ln Q_1} \right) + \frac{1}{Q_2} \cdot \frac{\partial \ln VC}{\partial \ln Q_2} \cdot \frac{\partial \ln VC}{\partial \ln Q_1} \right] < 0, \text{ czyli:} \quad (6)$$

$$\beta_{18} + \eta(VC | Q_1) \cdot \eta(VC | Q_2) < 0, \text{ gdzie:} \quad (7)$$

$$\eta(VC | Q_1) = \delta_3 + \delta_6 \ln w_D + \delta_8 \ln w_L + \delta_{10} \ln K + 2 \cdot \delta_{13} \ln Q_1 + \delta_{18} \ln Q_2,$$

$$\eta(VC | Q_2) = \delta_{15} + \delta_{16} \ln w_D + \delta_{17} \ln w_L + \delta_{19} \ln K + \delta_{18} \ln Q_1 + 2 \cdot \delta_{20} \ln Q_2,$$

są elastycznościami funkcji kosztu względem obu produktów. W celu zbadania korzyści pełnego zakresu określiliśmy prawdopodobieństwo a posteriori spełnienia warunku (6), które dla przeciętnego oddziału wyniosło tylko 3/500 000, Wynik ten nie rozstrzyga o braku korzyści pełnego asortymentu (zarówno w przypadku przeciętnego oddziału, jak i pozostałych), zwłaszcza że prawdopodobieństwo a posteriori, iż $SCP < 0$ (korzyści specjalizacji) wynosi tylko 67/500 000, Dodatkowo obliczono prawdopodobieństwo a posteriori warunku (6) dla poszczególnych oddziałów (co przedstawia tabela 3) i dokonano pomiaru ewentualnych korzyści pełnego zakresu – poprzez miernik SCP_i , obliczony dla poszczególnych oddziałów poprzez uwzględnienie specyficznych dla nich wartości zmiennych objaśniających (w_D, w_L, K).

Wyniki dla oddziałów z końca tabeli 3 (zwłaszcza o numerach 7, 41, i 43) z całą pewnością wskazują na występowanie korzyści pełnego asortymentu. W badanym okresie oddziały te wykazują wyraźną specjalizację, ponieważ w ich portfelu kredytowym zdecydowanie przeważają kredyty udzielone klientom komercyjnym, które stanowią od 93% do 99,5% wolumenu wszystkich kredytów. Dla przykładu - w przypadku oddziału o numerze 7 - pomiar korzyści zakresu produkcji (SCP_i) przy obserwowanych cenach czynników i nakładzie czynnika stałego, prowadzi do konkluzji, że koszt równoczesnego zwiększenia wolumenu obu kredytów o różnice między wielkościami przeciętnymi a minimalnymi obserwowanymi w próbie, byłby niższy o 6,4% ($\pm 0,5\%$) od kosztu jakie poniosłyby dwa identyczne oddziały, z których każdy zamierzałby specjalizować się poprzez zwiększenie produkcji tylko jednego z produktów o wspomnianą wielkość. Równocześnie obserwujemy, iż dla oddziałów o numerach 14, 30 i 26, które posiadają największy udział kredytów detalicznych w kredytach ogółem, warunek wystarczający na istnienie korzyści pełnego zakresu produkcji jest silnie niespełniony. Ujemne wartości miernika SCP_i świadczą o korzyściach ze specjalizacji, jednakże trudno powiedzieć czy w udzielaniu kredytów detalicznych, czy komercyjnych. W przypadku oddziałów znajdujących się w środku omawianej tabeli trudno jednoznacznie rozstrzygać na podstawie miernika SCP_i o istnieniu korzyści zakresu produkcji czy specjalizacji.

3. *Propozycja nowych mierników korzyści (kosztów) specjalizacji*

Przedstawione powyżej wyniki empiryczne wskazują, iż warunek wystarczający na istnienie korzyści zakresu produkcji okazał się zbyt mocny, natomiast miernik SCP nie odpowiedział nam na szereg interesujących pytań. Jeżeli SCP wskazuje na istnienie korzyści zakresu produkcji, to czy (w przypadku zmiany skali działalności konkretnego oddziału) należy zachować dotychczasową strukturę kredytów, czy zmienić ją i w którym kierunku? Podobnie w przypadku występowania korzyści

specjalizacji pytamy się: czy właściwe jest dalsze pogłębienie, czy raczej zmniejszenie zróżnicowania struktury? Pytania te są tym ważniejsze, że prawie wszystkie oddziały wykazują rosnący efekt skali, więc podstawowym sposobem zwiększania zysku jest rozszerzanie akcji kredytowej.

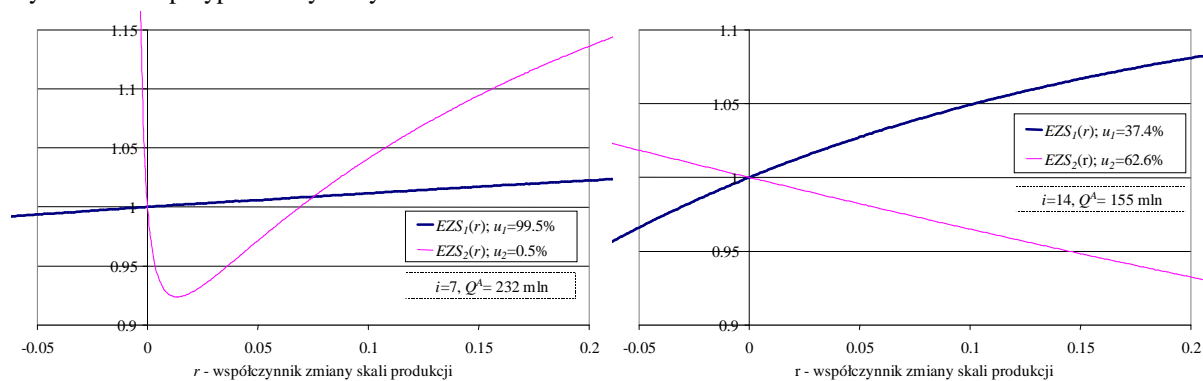
W celu odpowiedzi na powyższe pytania proponujemy nowy miernik. Zakładamy, że oddział banku może wytwarzać G produktów bankowych, mierzonych w ustalonych i jednakowych jednostkach (np. w złotych). Zagregowana produkcja oddziału to $Q^A = Q_1 + \dots + Q_G$. Proponowany miernik efektu zmiany specjalizacji przez zwiększenie udziału g -tego produktu definiujemy jako:

$$EZS_g(r) = \frac{C(Q_1, \dots, Q_g + r \cdot Q^A, \dots, Q_G; x, \delta)}{C(Q_1 \cdot (1+r), \dots, Q_g \cdot (1+r), \dots, Q_G \cdot (1+r); x, \delta)} \quad \text{dla } r \in (-u_g, +\infty), \quad (8)$$

gdzie $u_g = Q_g/Q^A$, a r to współczynnik zmiany skali produkcji. $EZS_g < 1$ informuje o korzyściach zmiany udziału produktu „ g ” z poziomu u_g do $(u_g+r)/(1+r)$, czyli zwiększenia jego produkcji o $r \cdot Q^A$ jednostek, w stosunku do sytuacji jednoczesnego wzrostu produkcji każdego z produktów o $r \cdot Q_h$ jednostek ($h=1, \dots, G$), co odpowiada tylko zmianie skali przy zachowaniu dotychczasowej struktury produkcji. W przypadku krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego (5) dla np. Q_1 mamy wzór:

$$EZS_1(r) = \frac{VC(Q_1 + r(Q_1 + Q_2), Q_2; w_D, w_L, K, \delta)}{VC(Q_1(1+r), Q_2(1+r); w_D, w_L, K, \delta)}. \quad (9)$$

Rys. 1. EZS w przypadku wybranych oddziałów.



Wyniki wykorzystania miernika EZS (oszacowanego poprzez wstawienie wartości oczekiwanych a *posteriori* w miejsce nieznanymi parametrów funkcji kosztu) omówimy na przykładzie dwóch wspomnianych wcześniej oddziałów, przyjmując zmiany skali produkcji w zakresie od 0 do 20% ($r < 0,2$; por. rys.1). W oddziale o numerze 7 (dla którego warunek (7) jest spełniony) obserwujemy, iż wraz z początkowym wzrostem skali produkcji występują korzyści ze wzrostu udziału kredytów detalicznych (Q_2). W momencie, gdy udział kredytów detalicznych w kredytach ogółem wzrośnie z 0,5% do około 6-7%, korzyści zmiany struktury zanikają – dalsza zmiana struktury generuje dodatkowe koszty. Natomiast w przypadku oddziału nr 14, dla którego dla którego warunek (7) jest silnie niespełniony, obserwujemy korzyści z dalszej specjalizacji w kredytach detalicznych i szybko

rosnące koszty względne zwiększenia udziału kredytów komercyjnych. Zwiększając skalę działalności oddziału nr 14 opłaca się zmieniać strukturę produkcji przez wzrost udziału kredytów detalicznych. Tabela 3 podaje oceny współczynnika $EZS_g(0,1)$. Wskazują one wyraźnie, że zwiększenie o 10% wolumenu kredytów ogółem powinno się odbywać w przypadku oddziałów numer 14, 30, 26, 58, 56 - o wyższym niż 30% udziale kredytów detalicznych - poprzez dalsze zwiększenie udziału tych kredytów; koszt zmienny może być wówczas mniejszy nawet o 3,5% w stosunku do sytuacji rozszerzenia skali o 10% przy zachowaniu poprzedniej struktury. W pozostałych oddziałach zmiana struktury kredytów (przy zwiększeniu skali o 10%) może prowadzić do wzrostu kosztu zmiennego.

Wstępne wyniki uzyskane dla mierników EZS wskazują na ich przydatność w precyzyjnej, szczegółowej analizie korzyści bądź kosztów specjalizacji. Stanowi to inspirację do dalszych pogłębionych badań nad konstrukcją, szacowaniem i wykorzystaniem tych mierników.

4. Literatura

- Baumol W., J.C.Panzar, R.D.Willig (1982) *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Javanovich, New York.
- Berger A. N., G.Hanweck, D.Humphrey (1987) „Competitive Viability in Banking. Scale, Scope, and mix Economies”, *Journal of Monetary Economics* vol.20,
- Dietsch M. (1993) „Economies of Scale and Scope in French Commercial Banking Industry”, *Journal of Productivity Analysis*, 4.
- Hughes J., L.J.Mester (1993) „A Quality and Risk-adjusted Cost Function for Banks: Evidence on the „too-big-to-fail” Doctrine”, *Journal of Productivity Analysis* vol.4.
- Koop G., J.Osiewalski, M.F.J.Steel (1997) „Hospital Efficiency Analysis with Individual Effects: A Bayesian Approach”, *Journal of Econometrics* vol.76,
- Lawrence C. (1989) „Banking Cost, Generalized Functional Forms, and Estimation of Economies of Scale and Scope”, *Journal of Money, Credit, and Banking* vol.3.
- Marzec J. (1999) „Produkty, czynniki produkcji i funkcja kosztów w badaniach efektywności kosztowej banków”, *Ekonomista*, nr 3/1999,
- Marzec J. (2000) „Ekonometryczna analiza efektywności kosztów w bankach komercyjnych”, maszynopis pracy doktorskiej, Katedra Ekonometrii Akademii Ekonomicznej w Krakowie.
- Mester L.J. (1993) „Efficiency in the Savings and Loan Industry”, *Journal of Banking and Finance* vol.17.
- Muldur U., M.Sassenou (1993) „Economies of Scale and Scope in French Banking and Savings Institutions”, *Journal of Productivity Analysis* vol.4.
- Murray J., R.White (1983) „Economies of Scale and Economies of Scope in Multiproduct Financial Institutions: A Study of British Columbia Credit Unions”, *Journal of Finance* vol.38.
- Osiewalski J., J.Marzec (1998) „Bayesian Analysis of Cost Efficiency with an Application to Bank Branches” [w:] *Global Trends and Changes in European Banking* (E. Miklaszewska, red.), Uniwersytet Jagielloński, Kraków.
- Osiewalski J., J.Marzec, M.Pipień (2000) „Metody Monte Carlo w analizie bayesowskiej (na przykładzie modelu GARCH i granicznej funkcji kosztu)”, [w:] *XVII Seminarium Ekonometryczne im. Profesora Zbigniewa Pawłowskiego (Osieczany 1999)*, Akademia Ekonomiczna w Krakowie.
- Panzar J.C., R.D.Willig (1981) „Economies of Scope”, *American Economic Review* vol.71,
- Youn Kim H. (1986) „Economics of Scale and Economics of Scope in Multiproduct Financial Institutions: Further Evidence from Credit Unions”, *Journal of Money, Credit, and Banking* vol.2,
- Zardokoohi A., J.Kolari (1994) „Branch Office Economies of Scale and Scope: Evidence from Savings Banks in Finland”, *Journal of Banking and Finance* vol.18.

Tabela 3. Wartości oczekiwane (i odchylenia standardowe) a posteriori dla wielkości $\delta_{i8} + \eta(\text{VC}/Q_1)_i \cdot \eta(\text{VC}/Q_2)_i$ i dla miary korzyści zakresu SCP, a także oceny $EZS_g(0,1)$; numer oddziału i oznacza jego pozycję pod względem średniej (w czterech kwartałach) wartości logarytmu produkcji łącznej $Q^A = Q_1 + Q_2$.

i	$\delta_{i8} + \eta(Q_1)_i * \eta(Q_2)_i$		SCP_i		$Q_2/(Q_1+Q_2)$	EZS_1 dla $r=0,1$	EZS_2 dla $r=0,1$	i	$\delta_{i8} + \eta(Q_1)_i * \eta(Q_2)_i$		SCP_i		$Q_2/(Q_1+Q_2)$	EZS_1 dla $r=0,1$	EZS_2 dla $r=0,1$
14	0,242	(0,031)	-0,367	(0,042)	62,60%	1,049	0,965	27	0,037	(0,01)	0,182	(0,033)	8,60%	0,996	1,032
30	0,168	(0,018)	-0,115	(0,024)	42,70%	1,013	0,977	42	0,035	(0,015)	0,209	(0,019)	5,70%	0,995	1,077
26	0,155	(0,016)	-0,074	(0,032)	52,20%	1,030	0,968	8	0,034	(0,015)	0,141	(0,036)	4,90%	0,994	1,092
3	0,136	(0,029)	-0,118	(0,059)	6,60%	0,984	1,164	48	0,034	(0,008)	0,326	(0,036)	12,90%	0,999	1,000
46	0,131	(0,014)	0,073	(0,029)	29,70%	1,001	0,990	29	0,031	(0,013)	0,139	(0,02)	4,70%	0,994	1,098
23	0,121	(0,02)	-0,048	(0,033)	11,50%	0,988	1,068	1	0,029	(0,023)	0,175	(0,065)	3,00%	0,994	1,164
53	0,12	(0,015)	0,188	(0,033)	23,70%	0,997	1,001	49	0,029	(0,015)	0,269	(0,018)	5,80%	0,995	1,064
13	0,099	(0,015)	0,041	(0,037)	15,60%	0,993	1,022	31	0,028	(0,01)	0,198	(0,031)	7,90%	0,997	1,031
50	0,099	(0,011)	0,19	(0,03)	21,10%	0,997	1,001	15	0,026	(0,012)	0,167	(0,034)	5,90%	0,996	1,058
55	0,089	(0,012)	0,31	(0,029)	16,60%	0,995	1,014	57	0,024	(0,011)	0,622	(0,031)	10,50%	0,999	1,005
47	0,088	(0,008)	0,194	(0,026)	20,80%	0,998	0,998	40	0,022	(0,01)	0,308	(0,045)	11,50%	1,000	0,998
20	0,081	(0,014)	0,101	(0,043)	15,10%	0,995	1,015	4	0,02	(0,016)	0,167	(0,041)	3,90%	0,995	1,107
12	0,079	(0,02)	0,09	(0,068)	11,60%	0,993	1,034	45	0,017	(0,011)	0,259	(0,019)	5,80%	0,997	1,053
11	0,078	(0,016)	0,048	(0,029)	7,90%	0,991	1,078	37	0,012	(0,009)	0,247	(0,028)	7,20%	0,998	1,025
24	0,078	(0,013)	0,117	(0,043)	14,50%	0,996	1,014	22	0,01	(0,012)	0,171	(0,025)	4,80%	0,997	1,064
19	0,077	(0,015)	0,171	(0,054)	8,70%	0,992	1,065	35	0,009	(0,012)	0,184	(0,019)	4,60%	0,997	1,069
32	0,077	(0,012)	0,059	(0,03)	21,40%	1,000	0,991	52	0,004	(0,011)	0,362	(0,021)	6,70%	0,999	1,023
58	0,076	(0,007)	5,376	(1,321)	47,40%	1,029	0,964	17	-0,001	(0,015)	0,187	(0,034)	4,40%	0,998	1,058
28	0,075	(0,018)	0,066	(0,031)	6,90%	0,991	1,096	34	-0,016	(0,013)	0,189	(0,015)	3,10%	0,999	1,080
51	0,074	(0,012)	0,244	(0,027)	13,10%	0,994	1,029	54	-0,016	(0,01)	0,463	(0,03)	7,10%	1,002	0,998
6	0,072	(0,017)	0,089	(0,045)	8,00%	0,992	1,072	39	-0,018	(0,011)	0,276	(0,023)	5,10%	1,001	1,020
56	0,071	(0,007)	0,604	(0,071)	32,20%	1,011	0,973	33	-0,03	(0,014)	0,177	(0,014)	2,40%	1,000	1,087
25	0,068	(0,013)	0,086	(0,023)	8,10%	0,992	1,068	36	-0,031	(0,015)	0,192	(0,013)	2,80%	1,001	1,069
44	0,067	(0,009)	0,226	(0,033)	16,40%	0,998	1,003	16	-0,033	(0,016)	0,21	(0,033)	3,10%	1,001	1,048
38	0,059	(0,013)	0,172	(0,026)	9,70%	0,994	1,039	2	-0,036	(0,02)	0,173	(0,033)	1,30%	1,000	1,194
18	0,054	(0,014)	0,195	(0,062)	13,30%	0,997	1,009	5	-0,042	(0,019)	0,177	(0,032)	1,70%	1,001	1,122
10	0,053	(0,015)	0,158	(0,052)	9,10%	0,995	1,039	43	-0,044	(0,013)	0,283	(0,017)	3,60%	1,003	1,017
21	0,046	(0,013)	0,129	(0,034)	8,10%	0,994	1,051	41	-0,053	(0,02)	0,269	(0,015)	3,20%	1,004	1,013
9	0,041	(0,017)	0,178	(0,058)	7,10%	0,995	1,053	7	-0,149	(0,021)	0,064	(0,005)	0,50%	1,012	1,041

Źródło: obliczenia własne.