



Lecture 2

Time Value of Money

Prof. Bartłomiej Marona

*Department of Real Estate and Investment Economics
Krakow University of Economics*

Agenda

- Value of money
- Nominal interest rate vs. real interest rate
- Effective interest rate
- An annuity

Which would you prefer -1,000 PLN
today or 1,000 PLN in **10 years**?

- Why today?
- Time value to money...
- What factors?

4 factors

Present vs Future Value

Present Value

Value today of a future cash flow.

Future Value

Value of an asset at a specific date

Discount Rate

Interest rate used to compute present values of future cash flows.

Future Value

$$FV = PV * (1 + r)^n$$

- It measures the nominal future sum of money that a given sum of money is "worth" at a specified time in the future assuming a certain **interest rate (r)**
- Concept using in valuation (real estate, investment, bonds, stocks, companies...)

Example

- Market value of apartment located in Krakow (Rakowicka str.) is 340 000 PLN.
 - A) Analysis showed that prices increased in the past three years an average of 20% per annum. What was the value three years ago?
 - B) If the value is expected to double within a decade, what will be the average annual growth rate?
 - C) In how many years will double the value of homes at an annual growth rate of 15%



The rule of 72 - 72 is divided by the interest percentage per period to obtain the approximate number of periods (usually years) required for doubling.

Effective interest rate - it is used to compare the annual interest between loans with different compounding terms (*daily, monthly, annually, or other*).

$$FV = PV * \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n*m} \quad PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n*m}}$$

m – number of interest periods per year

Effective interest rate

$$r_{\text{ef}} = \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m - 1$$

- An investment's annual rate of interest when **compounding occurs more often than once a year.**

Example



We want to open a bank account.

We choose bank A, B and C.

Bank A:

Nominal interest rate – 6,1%;
12 interest periods per year

Bank B:

Nominal interest rate - 6,3%;
1 interest periods per year

Bank C:

Nominal interest rate– 6,2%;
4 interest periods per year

Which banks offer the most favorable **effective interest rate**?

Solution

Using Excel

Bank	Interest rate	Number of interest periods	Effective rate
a	0,061	12	
b	0,063	1	
c	0,062	4	

Narzędzia główne Wstawianie Układ strony Formuły Dane Recenzja Widok

Wklej Wycinaj Kopiuj Malarz formatów Schowek

Calibri 11 Czcionka

Wyrównanie Zawijaj tekst Scal i wyśrodkuj

Ogólne Liczba

Formatowanie warunkowe Formatuj jako tabelę Style komórek

	A	B	C	D
1	przypadek	oprocentowanie	kapitalizacja	stopa efektywna
2	a	0,061	12	
3	b	0,063	1	
4	c	0,062	4	
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				

Solution (1/2)

2. Using EFFECT function

Bank	Interest rate	Number of interest periods	Effective rate
a	0,061	12	=EFFECT(G22;I22)
b	0,063	1	
c	0,062	4	

Narzędzia główne

Wstawianie

Układ strony

Formuły

Dane

Recenzja

Widok

fx

Wstaw funkcję

 Σ

Autosumowanie



Niedawno używane



Finansowe



Logiczne



Tekstowe



Data i godzina



Wyszuk. i Matem. odwoł. i tryg.



Więcej funkcji



Menedżer nazw

Definiuj nazwę

Użyj w formule

Utwórz z zaznaczenia

Nazwy zdefiniowane

Śledź poprzedniki

Pokaż f

Śledź zależności

Sprawd

Usuń strzałki

Szacuj f

Inspekcja for

F58

A

B

C

F

G

H

I

J

K

L

ACCRINT
ACCRINTM
AMORDEGRC
AMORLINC
COUPDAYBS
COUPDAYS
COUPDAYSNC
COUPNCD
COUPNUM
COUPPCD
CUMIPMT
CUMPRINC
DB
DDB
DISC
DOLLARDE
DOLLARFR
DURATION
EFFECT

FV

FVSCH

INTRAT

fx Wstaw

EFFECT(stopa_nominalna;okresy)

Zwraca wartość efektywnej rocznej stopy oprocentowania.

Naciśnij klawisz F1, aby uzyskać dalszą pomoc.



Narzędzia główne

Wstawianie

Układ strony

Formuły

Dane

Recenzja

Widok



Wstaw funkcję



Autosumowanie



Niedawno używane



Finansowe



Logiczne



Tekstowe



Data i godzina



Wyszuk. i Matem. i tryg.



Więcej funkcji



Więcej funkcji

Biblioteka funkcji



Menedżer nazw

Definiuj nazwę

Użyj w formule

Utwórz z zaznaczenia

Nazwy zdefiniowane

Śledź poprzedniki

Pokaż f

Śledź zależności

Sprawd

Usuń strzałki

Szacuj f

Inspekcja for

EFFECT



=EFFECT()

A B C D E F G H I J K L

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

Argumenty funkcji

EFFECT

Stopa_nominalna = dowolne

Okresy = dowolne

=

Zwraca wartość efektywnej rocznej stopy oprocentowania.

Stopa_nominalna – nominalna stopa procentowa.

Wynik formuły =

[Pomoc dotycząca tej funkcji](#)

OK Anuluj

An annuity

is a terminating "stream" of fixed payments, i.e., a collection of payments to be periodically received over a specified period of time.

$$\underline{FV} = X \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\underline{PV} = X \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

X – fixed payments

Compare two options:

1. Obtaining one payment nowadays 60,000 PLN
2. Obtaining at the end of each month 500 PLN,
over the next 20 years

Narzędzia główne

Wstawianie

Układ strony

Formuły

Dane

Recenzja

Widok



Wstaw funkcję



Autosumowanie



Niedawno używane



Finansowe



Logiczne



Tekstowe



Data i godzina



Wyszuk. i Matem. i tryg.



Więcej funkcji

Biblioteka funkcji



Menedżer nazw

Definiuj nazwę

Użyj w formule

Utwórz z zaznaczenia

Nazwy zdefiniowane

Śledź poprzedniki

Pokaż f

Śledź zależności

Sprawd

Usuń strzałki

Szacuj f

Inspekcja fo

PV

=PV(renta!)

Argumenty funkcji

PV

Stopa

renta!



=

Liczba_rat



=

liczbowe

Rata



=

liczbowe

Wp



=

liczbowe

Typ



=

liczbowe

=

Zwraca wartość bieżącą inwestycji: całkowita obecna wartość serii przyszłych płatności.

Stopa - stopa oprocentowania dla okresu. Na przykład użyj stopy 6%/4 w przypadku płatności kwartalnych w przypadku stopy 6% w stosunku rocznym.

Wynik formuły =

[Pomoc dotycząca tej funkcji](#)

OK

Anuluj

Fisher Effect

- The **Fisher Effect** is an economic hypothesis stating that the real interest rate is equal to the nominal rate minus the expected rate of inflation.

$$R \approx r - i$$

r – nominal rate
R – real rate
i – inflation

- Fisher Formula

$$R = \frac{1 + r}{1 + i} - 1 = \frac{r - i}{1 + i}$$



Example

- Demanding marriage hangs in 2004, enough money to buy a three-room apartment and start searching for that last two years
 - The money is invested in a bank deposit (interest rate 4%)
 - Within two years, housing prices have increased by 25% per year
- A) What was a drop in 'housing' purchasing power of this marriage?
 - B) What would be the real growth of capital, if the money was invested in an investment fund for which the value of the certificates has increased in this period by 31% and 46%?

NEXT LECTURE:

Present Values vs Valuing

- PVs can be **added together to evaluate multiple cash flows.**

$$PV = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots = \sum \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

Thank you for attention

Bartłomiej Marona