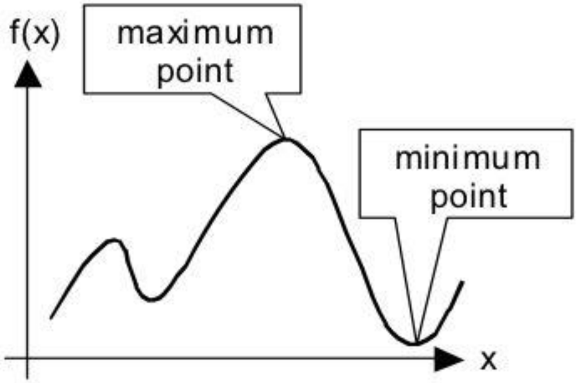
PROGNOZOWANIE OPTYMALIZACJA ZADAŃ I BUDŻETÓW

CONTROLLING LOGISTYKI

DR INŻ. KONRAD KOLEGOWICZ



Optymalizacja bez ograniczeń

Optymalizacja z ograniczeniami

- **Programowanie Liniowe**
- Programowanie Nieliniowe

programming – arch. *planning*

Elementy optymalizacji z ograniczeniami:

1. Zmienne decyzyjne [*decision variables*]
2. Funkcja celu [*objective function*]
3. Ograniczenia [*constraints*]
4. Ograniczenia zmiennych [*variable bounds*]

Firma Rowerek

Firma Rowerek produkuje ręcznie dwa rodzaje rowerów:

- Rowery górskie
- Ścigacze szosowe

I chce wyznaczyć tempo produkcji każdego rodzaju roweru tak, aby zmaksymalizować zysk ze sprzedaży.

Firma Rowerek zakłada, że może sprzedać wszystko co wyprodukowała.

Dwa różne zespoły produkują różne rodzaje rowerów:

- Zespół od rowerów górskich max 2 rowery dziennie
- Zespół od ścigaczy szosowych max 3 rowery dziennie

Do każdego typu roweru potrzebny jest jednakowa ilość czasu na maszynie do wykańczania metalu

- Maszyna może obrobić do 4 rowerów dziennie

Księgowy szacuje, że rowery generują następujące zyski:

- Górski $15
- Szosowy $10

Rozwiązanie

Rozwiązanie intuicyjne:

- Produkujemy najwięcej górali jak się da (max 2) a resztę mocy przeznaczamy na szosowe (2).
- Tym samym generujemy łączny dzienny zysk równy $50.

Programowanie liniowe (rozwiązanie musi się zgadzać z intuicją)

- **Zmienne decyzyjne**: liczba produkowanych górali x_1 oraz szosowych x_2
- Zmienne te muszą być nieujemne $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$
- **Funkcja celu**: max dzienny zysk: max $Z=15x_1+10x_2$ (w $ na dzień)
- **Ograniczenia**:
  - Dzienny limit produkcji górali: $x_1 \leq 2$ (w rowerach na dzień)
  - Dzienny limit produkcji szosowych: $x_2 \leq 3$ (w rowerach na dzień)
  - Limit prod.maszyny do wykańczania metalu: $x_1+x_2 \leq 4$ (w rowerach na dzień)

Aktywacja polecenia Solver

Do narzędzia Solver można uzyskać dostęp za pomocą polecenia *Dane/Analiza/Solver*. Jeżeli nie można go znaleźć, trzeba zainstalować dodatek Solver. Jest to prosta operacja składająca się z następujących kroków:

1. Wybrać polecenie *Przycisk pakietu Office/Opcje programu Excel*.

2. W oknie dialogowym *Opcje programu Excel* uaktywnić kartę *Dodatki*.

3. W dolnej części okna z listy rozwijanej *Zarządzaj* wybrać pozycję *Dodatki programu Excel* i kliknąć przycisk *Przejdź*. Excel wyświetli okno dialogowe *Dodatki*.

4. W oknie tym obok opcji *Dodatek Solver* umieścić symbol zaznaczenia i kliknąć przycisk *OK*.

Po wykonaniu tych kroków dodatek Solver będzie ładowany każdorazowo podczas uruchamiania Excela.

Do jakich zadań wykorzystamy Solvera?

Zagadnienia programowania liniowego dotyczą modelowania i optymalizacji wielu problemów decyzyjnych, na przykład:

• optymalna wielkość produkcji przy podanych ograniczeniach zasobów,

• zagadnienia transportowe, gdzie minimalizujemy koszt przewozu przesyłek,

• problem mieszkanki (diety), gdzie określamy konieczną ilość posiadanych składników tak, aby przy najniższym koszcie dostarczyć wymaganych ilości czynników,

• problem rozdziału robót, w którym określamy, jak rozdzielić zadania miedzy pracowników o różnej wydajności tak, aby łączny czas ich pracy był najmniejszy.

Na potrzeby zajęć omówione zostaną tylko niektóre aspekty tej metody. Do ich rozwiązywania posłuży wbudowane w arkusz kalkulacyjny Excel specjalne narzędzie — Solver.

Programowanie liniowe opiera się w głównej mierze na tworzeniu modeli rzeczywistości. Głównym elementem modelu jest funkcja celu, dla której wartość ma podlegać pewnemu kryterium opłacalności (minimalizacji lub maksymalizacji).

$$\mathbf{f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n) \rightarrow max\ (min)}$$

Model zawiera zmienne decyzyjne:

$$\mathbf{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n}$$

współczynniki funkcji celu:

$$\mathbf{c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n}$$

oraz pewne warunki ograniczające dopuszczalne wartości zmiennych decyzyjnych i współczynników funkcji celu.

Rozwiązanie większości problemów polega na znalezieniu takich wartości zmiennych, aby funkcja celu wyrażona określonym wzorem:

$$\mathbf{f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n)}$$

osiągnęła maksimum lub minimum.

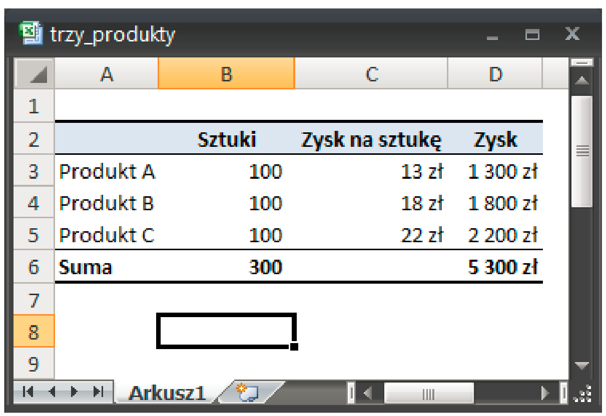
Działanie narzędzia Solver zostanie zaprezentowane na poniższych przykładach.

Prosty przykład Solvera

Zaczniemy od prostego przykładu demonstrującego użycie Solvera, a później przejdziemy do przykładów bardziej skomplikowanych, prezentujących szersze zastosowanie tego narzędzia.

Na rysunku 1 widzimy arkusz, który służy do obliczania zysku osiągniętego ze sprzedaży trzech produktów (skoroszyt trzy_produkty.xlsx). Kolumna *B* zawiera liczbę sztuk każdego produktu, kolumna *C* — zysk ze sprzedaży jednej sztuki, a w kolumnie *D* widzimy zysk sumaryczny dla wszystkich sprzedanych sztuk danego produktu. W komórce D6 zsumowany jest zysk ze sprzedaży wszystkich produktów.

Rysunek 1 Za pomocą Solvera określa się, ile sztuk każdego z produktów należy sprzedać, aby osiągnąć największy zysk



	Sztuki	Zysk na sztukę	Zysk
Produkt A	100	13 zł	1 300 zł
Produkt B	100	18 zł	1 800 zł
Produkt C	100	22 zł	2 200 zł
Suma	**300**		**5 300 zł**

Już na pierwszy rzut oka widać, że największy zysk przynosi produkt C. Wydaje się, że najlepszym rozwiązaniem będzie produkowanie wyłącznie tego produktu i że nie ma potrzeby, by korzystać z Solvera. Jednak w większości przypadków firma będzie musiała wziąć pod uwagę różne dodatkowe ograniczenia, takie jak:

- łączna wydajność produkcyjna firmy to 300 sztuk produktów dziennie;
- firma musi zrealizować zamówienie na 50 sztuk produktu A;
- firma spodziewa się w najbliższym czasie zamówienia na 40 sztuk produktu B;
- zapotrzebowanie na produkt C na rynku jest niewielkie, dlatego firma planuje wyprodukowanie najwyżej 40 sztuk tego produktu.

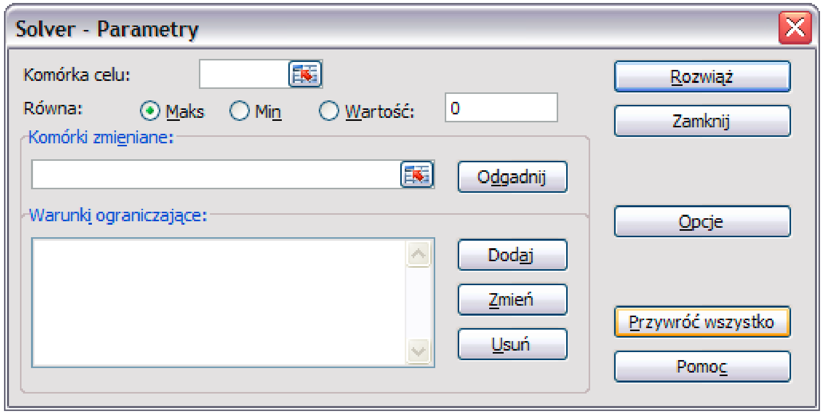
Powyższe cztery ograniczenia znacznie utrudniają udzielenie odpowiedzi na pytanie, jak osiągnąć największy zysk. Jest to zadanie w sam raz dla Solvera.

Prosty przykład Solvera

Zanim przejdzie się do dalszych szczegółów, należy zapoznać się z procedurą korzystania z Solvera. Oto kroki, które należy wykonywać:

1. Skonstruować arkusz, wpisując do niego wartości i formuły.
2. Wybrać polecenie Dane/Analiza/Solver, aby otworzyć okno dialogowe Solver — Parametry.
3. Określić komórkę wynikową (inaczej komórkę celu).
4. Określić zakres zawierający komórki zmieniane.
5. Zdefiniować warunki ograniczające.
6. Jeżeli jest to konieczne, ustawić odpowiednie opcje Solvera.
7. Wydać Solverowi polecenie rozwiązania problemu.

Aby rozpocząć pracę Solvera i zrealizować omawiany przykład, należy wybrać polecenie Dane/Analiza/Solver. Pojawi się okno dialogowe, pokazane na rysunku 2.



W tym przykładzie komórką celu jest *D6* — oblicza ona całkowity zysk ze sprzedaży trzech produktów.

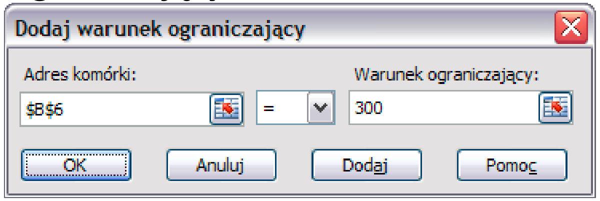
1. **W oknie dialogowym *Solver — Parametry* znajduje się pole o nazwie *Komórka celu*.** Należy wprowadzić do niego komórkę *D6* (lub przesunąć wskaźnik myszy na tę komórkę).

2. **Ponieważ chce się uzyskać maksymalną wartość tej komórki, należy zaznaczyć opcję Maks.**

3. **Należy zdefiniować komórki zmieniane (znajdują się one na obszarze *B3:B5*).** Następny etap polega na zdefiniowaniu warunków ograniczających zadanie. Dodajemy je do listy pojedynczo.

4. **Aby dodać warunek, należy kliknąć przycisk *Dodaj*.** Pokaże się okno dialogowe *Dodaj warunek ograniczający*, przedstawione na rysunku 3. Składa się ono z trzech części: adresu komórki, operatora i wartości warunku ograniczającego.

Rysunek 3 Okno dialogowe *Dodaj warunek ograniczający*



5. **Nasz pierwszy warunek polega na tym**, że łączna wydajność produkcyjna firmy ma wynosić 300 egzemplarzy produktów dziennie. W polu Adres komórki należy wpisać B6, a następnie wybrać z listy operator „=" i jako wartość wpisać 300.

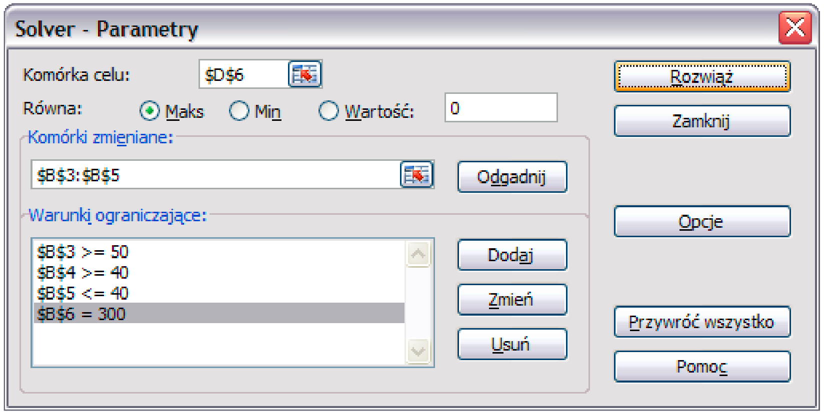
6. **Czynności te należy powtórzyć w celu zdefiniowania pozostałych warunków.** Należy skorzystać z tabeli 1, która prezentuje wszystkie warunki ograniczające tego zadania.

Tabela 1 Warunki ograniczające zadanie

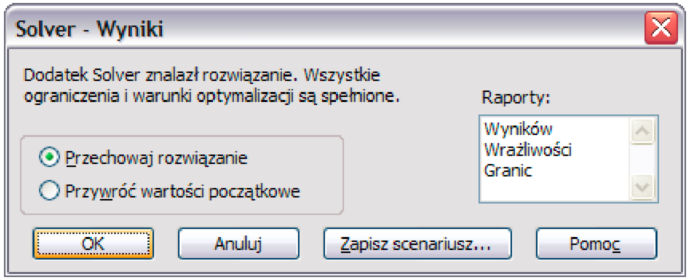
Warunek ograniczający	**Wyrażenie**
Łączna produkcja 300 sztuk	B6=300
Co najmniej 50 sztuk produktu A	B3>=50
Najwyżej 40 sztuk produktu B	B4>=40
Nie więcej niż 40 sztuk produktu C	B5<=40

7. Po zdefiniowaniu wszystkich warunków należy kliknąć przycisk *OK*, aby powrócić do okna dialogowego *Solver — Parametry*, które teraz wyświetla podane przez użytkownika ograniczenia. W tym momencie Solver ma już wszystkie dane potrzebne do rozwiązania problemu (rysunek 4).

Rysunek 4. Okno *Solver — Parametry* po zdefiniowaniu warunków



8. Należy kliknąć przycisk *Rozwiąż*, aby Solver rozpoczął pracę nad zadaniem. Wynik jego obliczeń pokaże okno dialogowe przedstawione na rysunku 5.



Na tym etapie pracy z Solverem można:

• zamienić pierwotną wartość komórki zmienianej na wartość rozwiązania lub

• przywrócić pierwotną wartość komórki zmienianej,

• utworzyć jeden z trzech możliwych raportów: wyników, wrażliwości i granic,

• zapisać rozwiązanie w formie scenariusza, dzięki czemu będzie można z niego korzystać za pomocą Menedżera scenariuszy.

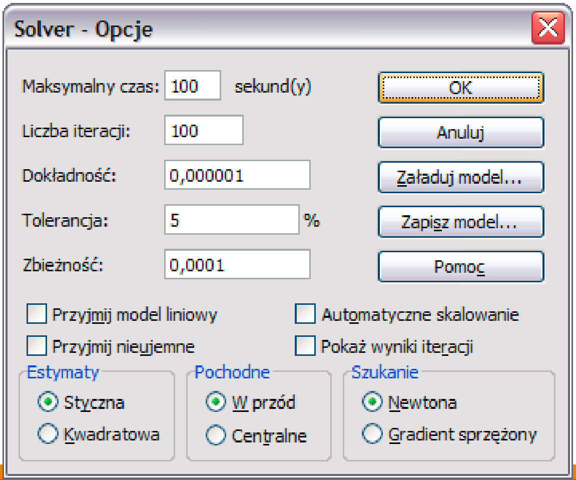
Jeżeli postanowi się utworzyć raporty (wyników, wrażliwości lub granic), Excel umieści każdy z nich w osobnym arkuszu i nada im odpowiednie nazwy. Na rysunku 6 widać raport wyników. Warto zwrócić uwagę na część zawierającą warunki ograniczające: dwa z nich mają status wiążący. Oznacza to, że warunki te zostały spełnione bez żadnego zapasu zmian wartości.

Więcej o Solverze

Zanim przejdzie się do bardziej złożonych przykładów, należy zapoznać się z oknem dialogowym *Solver — Opcje*. Okno umożliwia kontrolę różnych aspektów procesu znajdowania wyników zadania, a także zapisywanie i odczytywanie parametrów modelowych w ramach arkusza.

Często zdarza się tak, że Solver nie może znaleźć rozwiązania, podczas gdy użytkownik jest przekonany o tym, że ono istnieje. Z reguły wystarczy wtedy zmienić jedną lub kilka opcji Solvera i uruchomić go ponownie. W tym celu należy wybrać przycisk *Opcje* w oknie dialogowym *Solver — Parametry*. Rysunek 8 przedstawia okno dialogowe *Solver — Opcje*, które pojawi się po wybraniu tego przycisku.

Rysunek 8 Okno dialogowe *Solver — Opcje* umożliwia kontrolę różnych aspektów pracy Solvera



Więcej o Solverze

Oto lista dostępnych opcji Solvera:

• ***Maksymalny czas*** — tu można określić w sekundach maksymalny czas, jaki Solver ma poświęcić na rozwiązanie jednego zadania. Jeżeli ten czas zostanie przekroczony, Solver wyświetli informację, a użytkownik będzie mógł odpowiednio powiększyć parametr.

• ***Liczba iteracji*** — należy wprowadzić maksymalną liczbę obliczeń pośrednich, jaką Solver może wykonać.

• ***Dokładność*** — tutaj określa się precyzję, z jaką formuły wynikowe i formuły warunków ograniczających mają spełniać te warunki. Im mniejsza dokładność, tym szybciej Solver znajdzie rozwiązanie.

• ***Tolerancja*** — tu wyznacza się maksymalny procent dozwolonych błędów dla rozwiązań mających postać liczb całkowitych.

• ***Zbieżność*** — tutaj wpisuje się liczbę o wartości z przedziału , która określi dozwoloną liczbę zmian, zanim Solver zakończy pracę. To ustawienie dotyczy tylko zadań o charakterze nieliniowym.

• ***Przyjmij model liniowy*** — należy zaznaczyć tę opcję, jeżeli chce się przyspieszyć proces szukania rozwiązania. Jednak należy pamiętać, że działa ona tylko wtedy, gdy wszystkie zależności w modelu mają charakter liniowy. Opcja ta nie jest dostępna, gdy zmieniane komórki są mnożone lub dzielone, a także wtedy, gdy zadanie zawiera zależności wykładnicze.

Więcej o Solverze

• ***Przyjmij nieujemne*** — gdy zaznaczy się tę opcję, Solver przyjmie jako dolne ograniczenie tych wszystkich komórek zmienianych, w których to ograniczenie nie zostało zdefiniowane.
• ***Automatyczne skalowanie*** — opcja ta jest przydatna wtedy, gdy wielkości wartości komórek w zadaniu różnią się znacząco — na przykład przy wyznaczaniu maksymalnego stosunku procentowego dużych wartości.
• ***Pokaż wyniki iteracji*** — opcję tę należy zaznaczyć, jeśli chce się, aby Solver po każdej iteracji przerywał pracę i pokazywał jej wyniki.

Grupy opcji *Estymaty*, *Pochodne* i *Szukanie* — dzięki nim można kontrolować niektóre techniczne aspekty rozwiązania. Zazwyczaj nie ma potrzeby zmieniania tych ustawień.
• ***Załaduj model*** — ten przycisk wywołuje okno dialogowe *Załaduj model*. Można w nim określić adres arkusza zawierającego zestaw parametrów Solvera, które chce się załadować.
• ***Zapisz model*** — ten przycisk wywołuje okno dialogowe *Zapisz model*. Tutaj określa się adres arkusza, w którym zapisze się parametry modelu.
Potrzeba zapisania modelu pojawia się wtedy, gdy korzysta się z kilku zestawów parametrów Solvera w jednym arkuszu. Excel automatycznie zapisuje pierwszy model Solvera razem z arkuszem (za pomocą ukrytych nazw). Jeżeli zapisze się dodatkowe modele, informacje zostaną zachowane w postaci formuł odpowiadających tym ustawieniom (ostatnia komórka zapisanego obszaru to formuła tablicowa, która zawiera ustawienia opcji).

Zadanie 1.

Przedsiębiorstwo „Żarówka” produkuje cztery produkty: produkt 1, produkt 2, itd. Ze względu na zawarte kontrakty zakład musi wyprodukować dziennie przynajmniej 3400 sztuk produktu 1 i 300 sztuk produktu 2. Produkty 3 i 4 ze względu na bardziej skomplikowany proces produkcyjny wymagają pewnych ograniczeń. Liczba wyprodukowanych sztuk produktu 3 nie może przekroczyć 1500 a produktu 4 – sztuk 3400. Maksymalna ilość wyrobów to 10000 sztuk. Ile sztuk każdego z 4 produktów należy wyprodukować, aby osiągnąć maksymalny dzienny zysk?

Przygotuj arkusz według wzoru:

	Produkcja	(za sztukę)			Zysk
	Ilość	Cena	Koszt	Zysk	Ogółem
Produkt 1	100	2,25 zł	0,90 zł	1,35 zł	135,00 zł
Produkt 2	100	2,50 zł	1,20 zł	1,30 zł	130,00 zł
Produkt 3	100	2,68 zł	0,88 zł	1,80 zł	180,00 zł
Produkt 4	100	11,80 zł	6,50 zł	5,30 zł	530,00 zł
Ogółem	400				975,00 zł

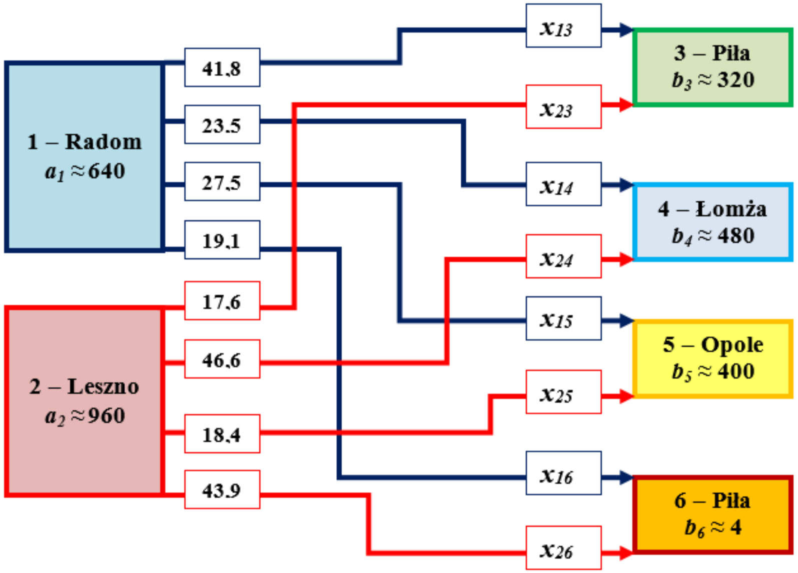
Zadanie 2

Firma „*KARMA*" ma zakłady produkcyjne w Radomiu i Lesznie, w których produkuje pasze dla bydła, odpowiednio, w ilościach 800 i 1200 ton miesięcznie. Ma ona cztery hurtownie poza miejscami produkcji, które zlokalizowane są w Pile, Łomży, Opolu i Tarnowie. Piata cześć miesięcznej produkcji każdego z zakładów pozostaje w magazynie lego zakładu na użytek miejscowych odbiorców, a pozostała cześć produkcji (tzn. 1600 ton) przeznacza sie w proporcjach, odpowiednio, 20%, 30%, 25% i 25%, dla hurtowni w Pile, Łomży, Opolu i Tarnowie. Znając koszty przewozu jednej tony paszy z poszczególnych zakładów do poszczególnych hurtowni, należy wyznaczyć plan przewozów minimalizujący globalny koszt transportu. Dane do problemu przedstawiono w tabeli 1.

Sieciowe ujęcie rozważnego problemu zilustrowano na rys. 1. Węzły o numerach l i 2 reprezentują dostawców z wielkościami podaży a_1 i a_2, natomiast węzły o numerach 3, 4, 5, 6 reprezentują odbiorców z wielkościami popytu b_3, b_4, b_5, b_6. Poszukujemy przewozów (przepływów) na poszczególnych łukach grafu.

Tabela 1. Wielkości podaży dostawców i popytu odbiorców oraz koszty jednostkowe przewozów.

		Popyt			
		Piła – 320 t	**Łomża – 480 t**	**Opole – 400 t**	**Tarnów – 400 t**
Podaż	**Radom – 64 t**	41,8 zł/t	23,5 zł/t	27,5 zł/t	19,1 zł/t
	Leszno – 960 t	17,6 zł/t	46,6 zł/t	18,4 zł/t	43,9 zł/t



Rys. 1. Sieciowe ujecie problemu transportowego w firmie „*KARMA*”

Mamy osiem niewiadomych: x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}; zmienne te mają następującą interpretację: $\boldsymbol{x_{ij}}$ jest liczbą ton paszy przewożonej od dostawcy o numerze ***i*** do odbiorcy o numerze ***j***.

Model matematyczny:

W tym zadaniu globalna podaż jest równa globalnemu popytowi:

$$a_1 + a_2 = b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = 1600\ t$$

Zadania o tej własności nazywa się *zadaniem zbilansowanym*. Z tego wynikają następujące równości:

$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 640$ (z Radomia trzeba wywieźć 640 t),(warunek węzła 1)

$x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 960$ (z Leszna trzeba wywieźć 960 t), (warunek węzła 2)

$x_{13} + x_{23} = 320$ (do Piły trzeba dowieźć 320 t), (warunek węzła 3)

$x_{14} + x_{24} = 480$ (do Łomży trzeba dowieźć 480 t) (warunek węzła 4)

$x_{15} + x_{25} = 400$ (do Opola trzeba dowieźć 400 t) (warunek węzła 5)

$x_{16} + x_{26} = 400$ (do Tarnowa trzeba dowieźć 400 t)(warunek węzła 6)

Powyższe równania stanowią podstawę <u>warunków ograniczających</u>. Z każdym węzłem sieci związany jest jeden warunek ograniczający w modelu.

Ponadto należy uwzględnić warunki nieujemności zmiennych decyzyjnych:

$x_{ij} \geq 0$ dla i = 1, 2 oraz dla j = 3, 4, 5, 6

Funkcja celu:

Funkcję celu zapisujemy formalnie uwzględniając globalny koszt transportu podlegający minimalizacji. Na trasie 1 – 3 czyli z Radomia do Piły przewóz jednej tony paszy kosztuje 41,8 zł, a na tej trasie będziemy przewozić x_{13} ton, więc koszt przewozu na tej trasie wyniesie $41{,}8x_{13}$ zł i analogicznie na pozostałych trasach. Globalny koszt transportu oznaczmy F i zapiszemy następująco:

$$F = 41{,}8x_{13} + 23{,}5x_{14} + 27{,}5x_{15} + 19{,}1x_{16} + 17{,}6x_{23} + 46{,}6x_{24} + 18{,}4x_{25} + 43{,}9x_{26} \rightarrow min$$

Implementacja w Excelu

Na rys. poniższym przedstawiono przykładową formę arkusza kalkulacyjnego umożliwiającego wyznaczenie optymalnego planu przewozów dla firmy „KARMA" za pomocą modułu Solver. Cześć komórek arkusza przeznaczono dla danych zadania i komentarzy, w szczególności w odpowiednie pola wpisano koszty jednostkowe przewozu, wielkości podaży dostawców i popytu odbiorców. Cześć komórek przeznaczono natomiast dla wartości zmiennych decyzyjnych i formuł niezbędnych do wykorzystania modułu **Solver**. W arkuszu widocznym na rys. 2 są to komórki zacieniowane. Komórki **B5:B12** przeznaczono kolejno dla wartości zmiennych decyzyjnych x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26} (tzw. komórki zmieniane), przy czym na wstępie przyjęto zerowe wartości wszystkich zmiennych. Po rozwiązaniu zadania w komórkach tych widoczny będzie optymalny plan przewozów. Pozostałe komórki zacieniowane przeznaczono dla formuł. W tablicy 2 wyjaśniono, jaka formuła wpisana jest do jakiej komórki, a także jaka wyraża ona wartość (element w modelu), np. komórka **E13** zawiera formułę wyrażającą wartość funkcji celu, a wiec sumę iloczynów zmiennych decyzyjnych *7.* komórek **B5:B12** przez koszty jednostkowe z komórek **E5:E12**. Komórki **H5:H1**0 zawierają natomiast formuły wyrażające wartości lewych stron warunków ograniczających modelu (LHS)-. Na przykład, do komórki **H5** wpisana jest formuła wyrażająca wartość lewej strony pierwszego warunku ograniczającego , a wiec sumę $x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}$.

Przewozy w firmie "*Karma*"

Przewóz	Dostawca	Odbiorca	Koszt jedn.
	1 - Radom	3 - Piła	41,8
	1 - Radom	4 - Łomża	23,5
	1 - Radom	5 - Opole	27,5
	1 - Radom	6 - Tarnów	19,1
	2 - Leszno	3 - Piła	17,6
	2 - Leszno	4 - Łomża	46,6
	2 - Leszno	5 - Opole	18,4
	2 - Leszno	6 - Tarnów	43,9
	Koszt globalny		

Węzeł	LHS	podaż	Popyt
1 - Radom		640	
2 - Leszno		960	
3 - Piła			320
4 - Łomża			480
5 - Opole			400
6 - Tarnów			400

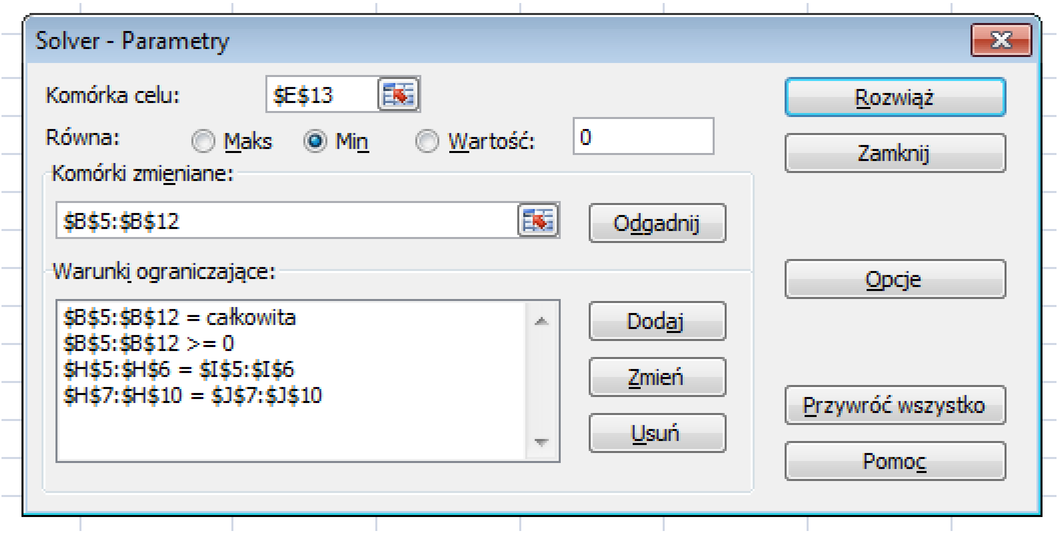
Rysunek 2. Arkusz kalkulacyjny z danymi i formułami dla zadania transportowego

Tablica 2. Wykaz formuł dla zadania transportowego

Komórka	Formuła	Elementy w modelu
E13	=SUMA.ILOCZYNÓW(B5:B12;E5:E12)	Funkcja celu
H5	=SUMA(B5:B8)	$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}$
H6	=SUMA(B9:B12)	$x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26}$
H7	=SUMA(B5:B9)	$x_{13} + x_{23}$
H8	=SUMA(B6:B10)	$x_{14} + x_{24}$
H9	=SUMA(B7:B11)	$x_{15} + x_{25}$
H10	=SUMA(B8:B12)	$x_{16} + x_{26}$

Po wpisaniu wszystkich danych oraz formuł do arkusza kalkulacyjnego przedstawionego na rys. 2 wywołujemy z menu **Narzędzia** moduł Solver. Na ekranie wyświetlone zostaje okno dialogowe **Solver-Parametry**, gdzie w kolejne pola wpisujemy adres funkcji celu, rodzaj optymalizacji, adresy zmiennych decyzyjnych oraz warunki ograniczające.

Wypełnione okno dialogowe **Solver-Parametry** zaprezentowano na rys. 3. Dodajmy jeszcze, że w oknie tym należy uaktywnić za pomocą klawisza ***Opcje*** dodatkowe okno dialogowe, gdzie należy zadeklarować nieujemność zmiennych decyzyjnych i wybór modelu liniowego.



Wynik końcowy

Przewozy w firmie "*Karma*"

Przewóz	Dostawca	Odbiorca	Koszt jedn.
0	1 - Radom	3 - Piła	41,8
240	1 - Radom	4 - Łomża	23,5
0	1 - Radom	5 - Opole	27,5
400	1 - Radom	6 - Tarnów	19,1
320	2 - Leszno	3 - Piła	17,6
240	2 - Leszno	4 - Łomża	46,6
400	2 - Leszno	5 - Opole	18,4
0	2 - Leszno	6 - Tarnów	43,9
	Koszt globalny		**37 456**

Węzeł	LHS	podaż	Popyt
1 - Radom	640	640	
2 - Leszno	960	960	
3 - Piła	320		320
4 - Łomża	480		480
5 - Opole	400		400
6 - Tarnów	400		400